



جامعة القاهرة
كلية الآداب
قسم الفلسفة

منطق الفئات وجدوره الأرسطية

The logic of classes and its Aristotelian roots

رسالة مقدمة للحصول على درجة الماجستير

إعداد
أحمد رشوان (أحمد رشوان)

إشراف

أ. د / محمد مهران رشوان

القاهرة
٢٠٠٢

الاجازه

أجازت لجنه المناقشه هذه الرساله للحصول على درجه المهندس فى الأدب
بتقدير / بمصرفيه حسان بتاريخ ٢٠١١٦

بعد استيفاء جميع المتطلبات

اللجنة

الاسم	الدرجة العلميه	التوقيع
(١) محمد حماده	استاذ	
(٢) مصطفى عاصم	استاذ	
(٣) ابراهيم عاصم	استاذ مساعد	
(٤)		

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

رَبِّيْ أَوْزَعْنِيْ أَنْ أَشْكُرْ نِعْمَتَكَ الْكَثِيرَةَ أَنْعَمْتَ عَلَيْهِ وَعَلَيْهِ وَ
الْكَثِيرَةِ وَأَنْ أَعْمَلْ صَالِحَاتٍ لِرِفَاهِيْ وَأَطْلَقْنِيْ بِرَحْمَتِكَ فِيْ
عِبَادَتِ الصَّالِحِينَ

صَلَوةُ اللَّهِ الْعَظِيمِ

(سورة النمل آية ١٩)

شکر و نفایل

أتفهم بغالب الشكر والتقدير و
العرفان بالجهيل للأستاذية ومثلى الأعلى
الأستاذ الدكتور / محمد مهران رشوان
علي ما قدمه لي من توجيهات و ما بذله
معي من جهد ، و ما أعطاه لي من وقت
للتمام هذه الدراسة .

الْمَقْدِمَةُ

المقدمة :

يخطئ من يظن أن نظرية الحدود الأرسطية قد انتهت بظهور المنطق الرياضي الحديث ، والذين يعارضون بين منطق أرسطو والمنطق الرياضي الحديث إنما يسيئون فهم العلاقة بينهما ، فالمنطق الرياضي الحديث ليس جنساً آخر من المنطق ببيان المنطق الأرسطي وإنما هو منطق أرسطي في ثوب جديد ،^(١) فالمنطق الحديث ما هو إلا منطق أرسطي ، والاختلاف بين المنطق الأرسطي والمنطق الحديث هو اختلاف في التعبير عن الموضوعات المنطقية ، لذا يكون الاختلاف بينهما اختلافاً في الشكل وليس في المضامون ، فكل الموضوعات المنطقية في المنطق الحديث تجد معناها متضمناً في المنطق الأرسطي.

وإذا كان تاريخ المنطق الرياضي الحديث في نسقه الصوري بدأ ببناء نظرية الفنات^(٢) وكلمة فنة لم يستخدمها المنطق الأرسطي إلا أن نفس معناها كان متضمناً فيما أسماه المنطق الأرسطي بالحدود ، فالمنطق الأرسطي في الأصل منطق حدود وأن قوانين الفكر وقواعد القياس تخبرنا إنه يجب إدارك حقيقة العلاقة بين الحدود .^(٣)

والواقع أن المنطق الأرسطي كله يمكن رده تماماً إلى نظرية الفنات وال العلاقة الأساسية بين الفنات ،^(٤) أي أن نظرية الفنات في المنطق الحديث ما هي إلا نظرية الحدود في المنطق الأرسطي وبناء النسق المنطقي الأرسطي قام على نظرية الفنات والعلاقات بين الفنات .

وإذا كان تعريف الفنة في اللغة العادية هي مجموعة من الأفراد التي تشتراك في بعض الخصائص وكل فرد يكون عضواً في هذه الفنة^(٥) فإن مفهوم الفنة في المنطق مختلف عن مفهومها المألوف ، ففي المنطق تجد للفنة عدة أنواع ، منها فنة تحتوى عضواً واحداً وتسمى فنة ذات عضو واحد وفنة أخرى خالية من الأعضاء وتسمى الفنة

١ - يان لوكلاشيفتش ، "نظرية القياس الأرسطية من وجهة نظر المنطق الصوري الحديث" ، ترجمة عبد الحميد صبرة ، منشاة المعارف ، الإسكندرية ، ١٩٦١ ، ص ١

٢ - E. W. Schipper and E. Schuh , "A first course in modern logic" , Routledge and kegan paul , London , P.255

٣ - C.I. Lewis and V.H. Langford , "symbolic logic" . Published by century Co., London , 1964 , P. 49

٤ - الفريد تارسكي ، "مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدللية" ، ترجمة د/ عزمي إسلام ، الهيئة العامة المصرية للتأليف والنشر . القاهرة ، ١٩٧٠ ، ص ١١٤ .

٥ - M. R. Cohen and E. Nagel , "An introduction to logic and scientific method" , Harcourt , Brace and company , New York , 1964 , P. 122

الفارغة ، وأيضا فئة شاملة تحتوى فئات فرعية منها ، ويقول كل من بيسون و اكونرفي ذلك ، تطورت فكرة الفناء في المنطق فتوجد فئة تحتوى عضواً واحداً وفئة أخرى لا تحتوى على أعضاء .^(١)

كما يعد منطق الفئات ذا أهمية مركبة بالنسبة للمنطق الأرسطى والحديث ، فجميع الموضوعات المنطقية انطلقت من خلال نظرية الفئات وال العلاقات بين الفئات وأن بناء النسق المنطقي الأرسطى والحديث أيضا قائم على نظرية الفئات وال العلاقات بين الفئات ، فمنطق الفئات في رأي بعض الباحثين ليس فقط أساس تاريخي للتطور في المنطق الرمزى ولكنه صورة بسيطة وجيدة لتقديم جميع الموضوعات المنطقية .^(٢)

وترتبط الفناء بالقضية ، فكل قضية عبارة عن علاقة بين فنتين ، فالقول بأن " كل إنسان حيوان " فهو بهذه القضية ما هي إلا علاقة بين فنة الناس وفنة الحيوانات وعلى ذلك تكون القضية هي علاقة قائمة بين فنتين من الموجودات ،^(٣) وكل ما نقوله عن علاقة بين فنتين من الموجودات ما هو إلا إثبات لقضية .^(٤)

وإذا كانت القضية تعبر عن علاقة بين فنتين وأن جميع موضوعات المنطق ما هي إلا عمليات فكرية ، والقضية هي الوحدة الأولية التي تتالف منها أية عملية فكرية أي ما كانت ، فجميع الموضوعات المنطقية تكون قائمة على العلاقات بين الفئات .

ولا تقتصر علاقة الفناء بالقضية ب أنها الوحدة التي تتكون منها القضية ولكن حساب الفئات في المنطق الحديث ساهم مساهمة فعالة في حساب القضايا فكل العمليات ومعظم المبادئ القائم عليها حساب الفئات نجد ما يماثلها في حساب القضايا ، فنحن نستخدم حساب الفئات كأساس لحساب القضايا .^(٥)

وارتبطت الفناء أيضا بالقياس فكل قياس ما هو إلا علاقة بين ثلاثة فئات و هذه الفئات تكون ثلاثة قضايا ، فإذا قلنا " كل الناس حيوانات " ، و كل الحيوانات كائنات حية ، إذن كل الناس كائنات حية ، لذا فالقياس يتكون من ثلاثة فئات من الموجودات و هم فنة

1 - H.A. Basson and D.J. o'connor , " Introduction to symbolic logic " , the free press of Glencoe , illinois , London , 1960 , P. 149

2 - Lewis, and Langford , OP. Cit . P. 27

3 -W. A . Sinclair " The traditional formal logic " , methren and coltd , London , n.d. P.5

4 - Cohen, and Nagel, op. Cit. p. 121

5 - Ibid. P. 127

الناس و فنّة الحيوانات و فنّة الكائنات الحية و على ذلك فالقياس يتكون من ثلاثة فنّات و هذه الفنّات تكون ثلاثة قضايا .^(١)

كما ارتبطت الفنّة بالمفاراتق المنطقية مثل مفارقة رسول القائمة على الفنّة الشاملة هل هي عضو في ذاتها أم ليست عضواً في ذاتها و مفارقة كانتور القائمة على هل عدد الفنّات الفرعية لفنّة معلومة أكبر من عدد أعضاء هذه الفنّة ؟ و أيضاً مفارقة الفنّة الفارغة و القائمة على ، هل اللامشي يكون شيئاً أو لفظاً ما يمثل فنّة و ليس فنّة في نفس الوقت ، كما ارتبطت الفنّة بنظرية الأنماط التي قدمها رسول كحل لهذه المفارقات .

بالإضافة إلى ذلك فإنّ الفنّة ساهمت في عده مجالات علمية بجانب المنطق و كانت إسهامات الفنّة بالنسبة لهذه المجالات إيجابية و تمثل ضرورة علمية بالنسبة لكل مجال و خصوصاً في مجال الرياضيات ، حيث إن نظرية الفنّات عُرفت في الرياضيات باسم نظرية المجموعات و أيضاً علم الأثر بولوجي ، حيث يقول كل من سلوبسكي و بوركوسكي في ذلك ، الفنّة تستخدم في فروع مختلفة كنحو مشترك ، إلا إنها تستخدم بشكل واسع في المنطق ، وفي الحساب تختبر مجموعات الأعداد و الدالات في جبر المجموعات متعدد الحدود و معادلات في الهندسة منها مجموعات النقط و الخطوط المستقيمة و السطوح المستوية ، وكل هذا يعد فرعاً من فروع الرياضيات التي تتعلق بخصائص المجموعة ، و أن عناصر هذه النظرية تسمى نظرية المجموعات .^(٢)

و من خلال عرضنا للفكرة العامة لموضوع الفنّة يتضح لنا أنّ موضوع منطق الفنّات و جذوره الأرسطية يعد من الموضوعات الهامة و الجديرة بالبحث .

و البحث يهدف إلى دراسة منطقية لتحديد معنى الفنّة عند أرسطو و دورها في بناء النسق المنطقي الأرسطي ، و محاولة لحصر أنواع الفنّات و علاقة الأنواع بعضها البعض و موقف أرسطو من كل نوع ، و أيضاً تحديد مفهوم التضمن و علاقته بمنطق الفنّات الأرسطي و الحديث ، بالإضافة إلى مناقشة أهم المغالطات التي ينطوي عليها منطق الفنّات و كيفية تجنبها و التغلب عليها ، وكذلك أهم المفارقات التي ارتبطت بمنطق الفنّات و كيفية حلها ، و البحث في هذا الموضوع يتطرق إلى إشارات كثيرة من المشكلات المنطقية التي تعد جوانب أساسية قام عليها هذا البحث .

1 - A. Ambrose and M. Lazerowitz , "Fundamentals of symbolic logic" , Holte rincherd and winston , Inc , New York , 1944 , P.268

2 - J. Slupecki and L. Borkowski , "Elements of Mathematical logic and set theory" , pwnpolish Scientific publishers , pergammon press , London , 1967 , P. 157

و قد عالجت الدراسة مجموعة من الإشكاليات أهمها : -

أولاً : إلى أي حد يعد أرسطو الواضع الحقيقى لمنطق الفنات ؟

ثانياً : ما الدور الذي يلعبه منطق الفنات بالنسبة لمنطق الأرسطي والمنطق الحديث ؟

ثالثاً : هل للفنات في المنطق نوع واحد أم عدة أنواع ؟ وما موقف أرسطو من ذلك في بناء نسقه المنطقي ؟

رابعاً : هل التضمن بالنسبة لمنطق الفنات يمثل علاقة جوهرية أم علاقة ثانوية ؟

خامساً : هل المنطق الحديث في مناقشة نظرية الفنات اختلف عن مناقشة أرسطو لهذه النظرية أم ارتبط بالنسق المنطقي الأرسطي ؟

سادساً : هل منطق الفنات ينطوي على مغالطات يجب تجنبها و نجم عنه مفارقات لابد من وسيلة لحلها ؟

هذا بالإضافة إلى العديد من الإشكاليات الأخرى .

و هذا الموضوع لم يعالج بشكل مستقل في بحوث أكاديمية فلانجد كتاب أو رسالة عالجة منطق الفنات و جذوره الأرسطية ، إلا أنها نجد كتبًا كثيرة تتناولت من بين ما تناولته هذا الموضوع بصورة عامة تتفق و أهداف هذه الكتب .

لذا كان لزاماً علينا أن نناقش منطق الفنات من زاوية تتفق و المنطق الرمزي الحديث مع الرجوع بكل جزئية إلى المنطق الأرسطي لتحديد المدى الذي ساهم به أرسطو في وضع الأساس الأول لمنطق الفنات ، لذلك استخدمنا في دراسة هذا الموضوعمنهج التحليلي بشكل عام و بجانب هذا المنهج عدة مناهج و خصوصاً المنهج المقارن و المنهج التاريخي وكل منها يتم اللجوء إليه حسبما يقتضي سياق البحث .

ويتألف البحث من خمسة فصول تسبقهم مقدمة و تلخصهم خاتمة .

الفصل الأول و هو بعنوان : تحديد معنى الفنات و أنواع الفنات

نتناول في هذا الفصل تحديد معنى الفنات عن طريق المفهوم و الماصدق و أيضاً علاقة الفنات بدالة القضية ، كذلك نتناول في هذا الفصل بالتحليل حصر لأنواع الفنات و علاقة كل نوع بالأنواع الأخرى و موقف أرسطو من كل نوع من هذه الأنواع .

الفصل الثاني : و هو بعنوان أرسسطو و منطق الفنات

و نناوش في هذا الفصل تحديد معنى الفناء في المنطق الأرسطي و الدور الذي لعبته نظرية الفنات في هذا المنطق ، و الكشف عن الفنات التي أفسح أرسسطو لها المجال لمشاركة في بناء نسقه المنطقي و أيضا الفنات التي لم يفصح لها المجال لمشاركة في هذا البناء ، وذلك من خلال مناقشة الحدود الكلية و الجزئية و أيضا الحدود الموجبة و الحدود السالبة بالإضافة إلى الجنس و النوع وكذلك التقسيم و التصنيف و التركيز على نظريته في القياس و أخيراً موقف المنطق الرواقي من المنطق الأرسطي من زاوية منطق الفنات

الفصل الثالث : و هو بعنوان التضمن و منطق الفنات

و نناوش فيه مفهوم التضمن و علاقته بالفنات و الفرق بين التضمن و الهوية و أيضا الفرق بين التضمن و التضمن الأصيل Proper Inclusion ، كما نفرق بين التضمن Inclusion و الانتماء Membership ، و تحديد علاقة الفناء ذات العضو الواحد بالفنات الأخرى هل علاقة تضمن أم علاقة انتماء ، مع الرجوع بكل جزئية من هذا الفصل إلى المنطق الأرسطي لتحديد الدور الذي لعبه التضمن بين الفنات في بناء النسق الأرسطي و موقف أرسسطو من كل العلاقات التي تجانب التضمن في بناء نسقه المنطقي .

الفصل الرابع : و هو بعنوان حساب الفنات في المنطق الحديث

و نتناول في هذا الفصل أهم العمليات و المبادئ القائم عليها حساب الفنات في المنطق الحديث و هل أفسح المنطق الحديث المجال للفناء ذات العضو الواحد لمشاركة بناء النسق المنطقي لمنطق الفنات ؟ و هل هذه العمليات لها جذور ارسطوية أم هي من ابداع المناطقة المحدثين ؟ و هل لهذه العمليات و المبادئ ما يماثلها في حساب القضايا ؟ لذا نقوم بعرض عملية الضرب المنطقي وكذلك الفنات ذات العضو الواحد وهذه العملية و موقف أرسسطو من هذه العملية وأيضا عملية الجمع المنطقي وإجراء هذه العملية على الفنات ذات العضو الواحد كما نقوم بالتفرقة بين الفصل القوي Strong Disjunction و الفصل الضعيف Weak Disjunction و موقف أرسسطو من هذه العملية وأخيراً المبادئ التي يقوم عليها حساب الفنات في المنطق الحديث

الفصل الخامس : و هو بعنوان المغالطات و المفارقات و منطق الفنات

و هذا الفصل يمثل أهمية خاصة حيث نناوش فيه أهم المغالطات التي ينطوى عليها منطق الفنات و كيفية تجنبها و هل لأرسسطو دور في التنبية على هذه المغالطات وذلك من خلال عرضنا لمغالطة الاشتراك و مغالطة التقسيم و التركيب و أيضا أغاليط

النطء ، كما نتناول في هذا الفصل أهم المفارقات التي ارتبطت بمنطق الفنات وهل استطاع أرسطو في بنائه لنسقه المنطقي الابتعاد عن هذه المفارقات أم أن لهذه المفارقات جذور أرسطية وذلك من خلال عرضنا لمفارقة كاتنور و مفارقة رسيل و مفارقة الفنة الفارغة ، وأخيراً نناقش نظرية الأنماط التي قدمها رسيل كحل لهذه المفارقات مع الرجوع إلى المنطق الأرسطي .

الفصل الأول

تَهْدِيدُ مَعْنَى الْفَهْةِ وَأَنْوَاعُ الْفَهَّاتِ

ينقسم هذا الفصل إلى مبحثين أساسيين أو لهما نحاول فيه تحديد معنى الفنون وذلك عن طريق المفهوم والمتصدق وأيضاً عن طريق العلاقة بين الفنون ودلالة القضية ، أما المبحث الثاني من هذا الفصل نناقش فيه أنواع الفنون وعلاقة كل نوع بالأنواع الأخرى مع الرجوع بكل نوع إلى المنطق الأرسطي .

أولاً : تحديد معنى الفنون

فكرة الفنون الأساسية في المنطق ، وتحديد معناها من أهم وأصعب ما ت تعرض له الفلسفة الرياضية فضلاً عن أن الفنون تصور أساساً جدًا موضوعه يحتاج في علاجه إلى غاية العناية والدقة ، لذا فالفنون تعين إما عن طريق المفهوم وإما عن طريق المتصدق .^(١)

فإذا كان الأمر كذلك فما وجه الاختلاف بين تعريف الفنون عن طريق المفهوم وتعريف الفنون عن طريق المتصدق ؟ نجد تعريف الفنون عن طريق المتصدق قائم على الأعضاء التي تصدق عليهم الفنون في حين تعريف الفنون عن طريق المفهوم قائم على الخصائص المشتركة بين أعضاء الفنون ،^(٢) فعندما نقول فنون المواطن الأمريكي فالتعريف بالمتصدق يكون جميع الأفراد الذين يعيشون في أمريكا والتعريف بالمفهوم يكون جميع الخصائص المشتركة بين الأفراد الذين يعيشون في أمريكا ،^(٣) و هذا يعني أن التعريف المتصدق للفنون يعتمد على قائمة الأفراد التي تندرج تحت الفنون أو حصر لجميع الأفراد التي تندرج تحت الفنون في حين أن التعريف المفهومي للفنون يعتمد على مجموعة Group التي تندرج تحت الفنون في حين أن التصريح المفهومي للفنون يعتمد على مجموعتين Individuals الفنون و Individuals Intention الفنون وما يصدق عليه التصريح Intention الفنون .^(٤) يسمى متصدق Extention الفنون .

١ - برتراندرسل ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ترجمة محمد مرسي أحمد ، أحمد فؤاد الأهلواني ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٦٥ ، من ص ١٢١ إلى ١٢٦

2 - H. A. Basson, and D. J. O'connor, op. cit. P. 149.

3 - R. M.. Eaton , "General logic" , An introductory survey charles, scribner,s sons, London, 1931, P. 235

4 - S. Langer, "An introduction to symbolic Logic" Dover publication , Inc. New York, 1967, P. 130

و يقول رسول ، " الفلسفه قد تعود و اعتبار المفهوم أكثر أساسيا في حين جرى العرف The Usage بأن الرياضة تبحث بوجه خاص في الماصدق " ،^(١) بمعنى إذا كان التعريف المفهومي للفنه يعتمد على معنى التصور النابع من الخصائص المشتركة بين أعضاء الفنه فهذا يتافق مع تفكير الفلسفه القائم على المعانى الكلية ، لذا يكون المفهوم أساسيا في تحديد معنى الفنه عند الفلسفه ، و إذا كان التعريف الماصدقى للفنه يعتمد على قائمة الأعضاء التي تدرج تحت الفنه فهذا يتافق مع المنهج الرياضي ، لذا يكون تعريف الفنه عن طريق الماصدق أساسيا بالنسبة للرياضيين .

و يقول رسول : إذا كان تعريف الفنه يقوم على الماصدق أو المفهوم يعني إننا نعرف نوع الشيء الذي هو الفنه أو نوع التصور الذي يدل على الفنه و هذا هو المعنى الدقيق للتقابل بين الماصدق و المفهوم^(٢) في تحديد معنى الفنه وهذا يعني إننا عن طريق تعريف بالماصدق نستطيع أن نحدد الأعضاء التي تدرج تحت الفنه وعن طريق التعريف بالمفهوم نستطيع أن نحدد الخصائص المشتركة التي تحتويها الأعضاء المندرجة تحت الفنه .

و بالنسبة لتحديد معنى الفنه عن طريق التعريف بالماصدق و الذي يقوم على الأعضاء التي تدرج تحت الفنه فمن المؤيدن لهذا الاتجاه كويتراه و الذي يقرر بوجه عام في كتابه عن " ليينتر " أن المنطق الرمزي لا يمكن أن يبني إلا على أساس الماصدق ،^(٣) و على ذلك يقرر كوتيراه بأن تعريف الفنه يكون قائما عن طريق الماصدق ولا مجال للمفهوم في تعريف الفنه ، و من المؤيدن أيضا لتحديد معنى الفنه عن طريق الماصدق ، كل من بيرون و أكونر في كتابهما " مقدمة في المنطق الرمزي " ، وذلك بقولهما ، تعريف الفنه عن طريق الماصدق ملائم Convenient و ضروري Necessary في المنطق ،^(٤) فإذا كان اهتمامهما في تعريف الفنه منصبًا على الماصدق دون المفهوم ، فهل هذا بالنسبة لهما جاء من فراغ أم كان لهما مبررات لهذا الموقف ؟ في الحقيقة كان لهما مبرر مقنع و قوي لإقناعنا بهذا الاتجاه ، و هو أحياناً نجد

١ - رسول ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٢١ .

٢ - نفس المرجع ، ص ١٢٦ .

٣ - نفس المرجع ، ص ١٢١ .

فنة ذات عضو واحد و لا توجد خواص مشتركة Common Properties لأعضاء الفنة ، (١) أي يوجد أحياناً فرد يحمل خواص فريدة لا تحملها الأفراد الأخرى التي تندرج تحت الفنة و هذا الفرد يمثل فنة ذات عضو واحد ، و بذلك يكون تعريف الفنة عن طريق المفهوم فقد الخاصية الأساسية القائم عليها لتحديد معنى الفنة و هي وجود خواص مشتركة بين أعضاء Members الفنة .

ولزيادة التأكيد على موقفهما نجد عندهما المثال التالي ، عندما نقول ملوك إنجلترا الذين تزوجوا ست زوجات و توفي عام ١٥٤٧ فتكون إما صادقة أو كاذبة أو تكون بلا معنى ، (٢) أي هذه الخصائص فريدة و لا يحملها إلا شخص واحد فقط و هذا الشخص يمثل فنة ذات عضو واحد Unitclass

أما عن تحديد معنى الفنة عن طريق التعريف بالمفهوم والقائم على الخواص التي تشتراك فيها جميع أعضاء فنة ما ، أي الخصائص المشتركة بين جميع أعضاء الفنة ، لذا فالفنـة المفهومـية ما هي إلا مجموعـة من الأعضاـء التي تحتـوي على بعضـ الخواص المشتركة و التي تعـين لفـظـ الفـنة من خـلـالـ تلكـ الخـواصـ . (٣)

و يقول رسل في كتابه مقدمة للفلسفة الرياضية ، نحن لا يمكن أن نأخذ الفنـات بالطـرـيقـ المـاـصـدـقـيـ الـبـحـثـةـ عـلـىـ إنـهـ مـجـرـدـ أـكـوـامـ أوـ تـجـمـعـاتـ وـ لـوـ حـاوـلـ لـنـاـ أـنـ نـفـعـلـ ذـلـكـ لـوـ جـدـنـاـ إـنـهـ مـنـ الـمـسـتـحـيلـ فـهـمـ كـيـفـ أـنـ تـوـجـدـ فـنـةـ كـالـفـنـةـ الـفـارـغـةـ الـتـيـ لـيـسـ لـهـ أـعـضـاءـ فـيـ الـوـاقـعـ وـ لـاـ يـمـكـنـ اـعـتـبـارـهـاـ كـوـمـاـ ، (٤) وـ لـيـسـ مـعـنـىـ ذـلـكـ أـنـ رـسـلـ يـرـفـضـ الـتـعـرـيفـ الـمـاـصـدـقـيـ لـتـحـدـيـدـ مـعـنـىـ الـفـنـةـ وـ لـكـنـهـ حـاـوـلـ أـنـ يـضـعـ مـبـرـراـ لـتـأـكـيدـ أـنـ الـتـعـرـيفـ الـمـاـصـدـقـيـ لـفـنـةـ يـوـجـدـ فـيـ ثـغـرـاتـ تـقـلـلـ مـنـ قـيـمـتـهـ الـمـنـطـقـيـةـ وـ هـذـهـ الثـغـرـاتـ جـعـلـتـ بـعـضـ الـمـنـاطـقـ الـمـحـدـثـيـنـ حـاـوـلـوـاـ الـبـحـثـ عـنـ اـتـجـاهـ أـخـرـ لـتـعـرـيفـ الـفـنـةـ .

١ - Ibid. p. 149

٢ - Ibid. p. 150

٣ - Ibid. P. 149

٤ - برتراند رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ترجمة محمد مرسي لـهـمـ وـ اـحمدـ فـؤـادـ الـأـهـوـانـيـ . مؤـسـسـةـ سـجـلـ الـعـربـ ، الـقـاهـرـةـ ، ١٩٦٢ـ ، صـ ٢٦١ـ .

و من المؤيدین لتحديد معنى الفنة عن طريق المفهوم ألسندر ، حيث يقول في كتابه مقدمه في المنطق ، تعريف الفنة عن طريق الماصدق ينتج عنه صعوبة في تقديم الفنة الفارغة^(١) The Nullclass و هنا نلاحظ أن ألسندر يؤيد رأي رسول و هو أن التعريف الماصدقى للفنة يقوم على الأعضاء التي تصدق عليها الفنة و أن الفنة الفارغة لا تحتوي على أعضاء ، لذا لا نستطيع تحديد معنى الفنة الفارغة عن طريق التعريف الماصدقى ، فإذا قلنا فنة العفريت فهذه الفنة لا نستطيع تحديدها عن طريق الماصدقى لعدم احتواها على أعضاء تصدق عليها .

و كذلك من المؤيدین لهذا الاتجاه بیانو حيث يقول بوشنسکي في كتابه ، تاريخ المنطق الصوري ، من المؤيدین لتعريف الفنة عن طريق المفهوم بیانو ،^(٢) ولكن بوشنسکي لم يوضح لنا المبررات التي اعتمد عليها بیانو لتأييده لهذا الموقف .

و من خلال المبررات التي اعتمد عليها المؤيدون لتحديد معنى الفنة عن طريق الماصدق و المؤيدین لتحديد معنى الفنة عن طريق المفهوم ، جعل بعض المناطقة المحدثین يبحثون عن اتجاه ثالث و هذا الاتجاه لا يقف عند تعريف الفنة عن طريق الماصدق فقط ، ولا يقف عند تعريف الفنة عن طريق المفهوم فقط ، ولكن حاول فيه المناطقة المحدثون الجمع بين المفهوم و الماصدق لتحديد معنى الفنة .

و يرى بوشنسکي ، بأن رسول من المؤيدین لهذا الاتجاه و يعتمد على ذلك من خلال تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية **proposition Function** حيث يقول بوشنسکي ، على الرغم من أن رسول يستخدم المفهوم في البرنکيبا لتعيين معنى الفنة ، لكنه في الأساس يستخدم تصور **Conception** دالة القضية في تحديد معنى الفنة و ان دالة القضية نفسها تفهم إما بالمفهوم أو بالماصدق ،^(٣) و هنا نجد بوشنسکي يقرر بأن رسول يكون من المؤيدین لهذا الاتجاه ، طالما لكي نضع عضوا يحل محل المتغير في دالة القضية لابد أن يحمل خصائص هذه الفنة المراد **Replacement**

1 -P. Alexander , “ An introduction to logic ” George Allen and Unwind, ITD, London, n.d .
P. 155

2 - I. M. Bochenski , “ A history of formal logic,” chelsea publishing, companay , New York
, 1970, P. 363

3 - Ibid. P. 362

تحديدها و بذلك يشترك المفهوم والمصدق في تحديد معنى الفنة ، فالخاصية المشتركة بين أعضاء الفنة تلك التي تتفرق بها عن غيرها من الفنات هي التي تعطي معنى لمصدقات الفنة.^(١)

و أيضاً من المؤيدین لهذا الاتجاه إيتون ، حيث يقول في كتابه المنطق العام ، فكرة المفهوم والمصدق بالنسبة لتحديد معنى الفنة متمان لبعضها ،^(٢) و هنا يقرر إيتون بأن المفهوم يحتاج للما صدق والمصدق يحتاج للمفهوم ولا نستطيع الاستغناء عن أحدهما مقابل الآخر في تحديد معنى الفنة .

ونجد لهذا الاتجاه مبررات اعتمد عليها المناطقة المؤيدون له حيث يقول رسول في كتابه أصول الرياضيات ، فمن الناحية المنطقية فإن التعريف بالمصدق يبدو منطقيا على الفنات غير المتناهية In Finite و الفنات المتناهية Finite على حد سواء ، غير أنه من الناحية العملية لا يمكننا ذلك حيث يبدو أن إن المصدق والمفهوم من الناحية المنطقية يقفنان على قدم المساواة ،^(٣) و على ذلك فالتعريف المصدقى للفنة يعجز عن تعريف الفنات اللا متناهية ، لذا تتساوى أهمية المفهوم والمصدق بالنسبة لتحديد معنى الفنة.

ويضرب لنا بوشنسكي مثلاً ليؤكد به رأى رسول حيث يقول في كتابه تاريخ المنطق الصوري ، لوأخذنا فنة الإنسان وهي فنة لا متناهية فلا نستطيع تعريفها عن طريق المصدق لأننا لا نستطيع حصر Restriction كل أفرادها على الرغم من أن تعريف الفنات اللا متناهية يكون تعريفاً ماصدقياً في حين تعريف الفنات المتناهية يكون تعريفاً مفهوميا^(٤) أي إذا كان التعريف المصدقى يقوم على حصر كل أفراد الفنة وفي نفس الوقت عجز عن تحديد أعضاء الفنة اللا متناهية مثل فنة الإنسان وبهذا يكون التعريف المصدقى فقد الخاصة الأساسية التي تميز بها عن التعريف المفهومي للفنة.

و لأهمية الجمع بين المفهوم والمصدق في تحديد معنى الفنة ، نجد العلاقة بين المفهوم والمصدق في تحديد معنى الفنة علاقة طردية ، فلو كان لدينا فنة الورود الحمراء فإنها تحتوي على أعضاء أقل من فنة الورود فقط لأن فنة الورود الحمراء تحتوي على خصائص أكثر من الخصائص التي تحتويها فنة الورود فقط ، وكل عضو يندرج تحت فنة الورود الحمراء لابد أن يجمع بين خصائص الورود و خصائص الأشياء

١ - د/ محمد مهران ، "مقدمة في المنطق الرمزي" ، ص ٢٤٣ .

2 - Eaton, op. cit. P. 243.

٣ - رسول ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ص ١٢٦ .

4 - Bochenski, "A history of formal logic". P. 362

الحمراء في حين كل عضو يندرج تحت فئة الورود يحمل خصائص فئة الورود فقط ، لذلك تكون الأعضاء التي تندرج تحت فئة الورود أكثر من الأعضاء التي تندرج تحت فئة الورود الحمراء ،^(١) لذا نستطيع القول كلما زاد مفهوم الفئة قل ما صدق هذه الفئة و العكس صحيح ، و من خلال المثال السابق الذي ذكره لنا ريشنباخ نستطيع القول بأن ريشنباخ يكون من المؤيدين لهذا الاتجاه و هو الجمع بين المفهوم و الماصدق في تحديد معنى الفئة .

و إذا كان المفهوم و الماصدق متممین لبعضهما في تحديد معنى الفئة ، فهل أهمية المفهوم تكون مساوية لأهمية الماصدق ؟ يجيب على هذا السؤال كل من لويس و لاجفورد ، بأنه لا غنى عن المفهوم أو الماصدق في تحديد معنى الفئة و أن أهمية المفهوم تمثل أهمية الماصدق في جزء كبير ولكن أهمية المفهوم لا تكون مساوية بنفس النطاق مع الماصدق^(٢) ومن خلال هذا النص نجد أنهم يحاولان إبراز قيمة الماصدق في تحديد معنى الفئة وفي الحقيقة لا يقلان من أهمية المفهوم بالنسبة لتحديد معنى الفئة ولكنهم يقرران بأن أهمية الماصدق تكون أوسع من أهمية المفهوم في تحديد معنى الفئة

وعلى الرغم من وجود اتجاهات متعددة لتحديد معنى الفئة والذى حاول مؤيد كل اتجاه أن يضع مبررات ليدافع بها عن موقفه ، إلا أن بوشنسكي ، يرى أن تحديد معنى الفئة في المنطق الحديث يتم عن طريق الماصدق ، حيث يقول إن الممارسة العملية للفنون تكون ماصدقية ،^(٣) ونحن نتفق مع رأى بوشنسكي لأن المناطقة المحدثين والمعاصرين من خلال ممارستهم الفعلية للفنون لم يضعوا في اعتبارهم إلا الماصدق وخصوصاً رسلي ، وعلاوة على ذلك ، بالنسبة للفنة الفارغة والذى اعتمد عليها مؤيدو الاتجاه المفهومي بأن تحديد معنى الفنة عن طريق الماصدق يعجز عن تحديد الفنة الفارغة فإن مفهوم الفنة الفارغة قام على التعريف الماصدقى والذى يعتمد على الأعضاء التي تصدق عليها الفنة ووجود لفظ لا ينطوى على أعضاء فى الواقع نطلق عليه فنة فارغة يكون من خلال التعريف الماصدقى للفنة.

و إذا كانت الممارسة العملية للفنون في المنطق الحديث تقوم على الماصدق ، فما الحال بالنسبة لتحديد معنى الفنة عند أرسطو ؟ ، نجد بلا نشي في كتابه المنطق و تاريخه يقول ، لم يكن بمقدمة أرسطو أن يقف حسراً عند زاوية الماصدق و حدتها و لا عند

1 - H. Reichenbach, " Elements of symbolic logic" the free press, New York, 1966, P. 195

2- Lewis , and Langford, op. Cit. P. 49

3 - Bochenski , " A history of formal logic" P. 362

زاوية المفهوم و حدتها و ليس فقط منطقه بل كل فلسفته كانت تحول دون التضحية بهذا او بذلك ،^(١) و هنا نجد بلا نشي يرى بأن تحديد معنى الفنـة في المنطق الأرسطي يقوم على المفهوم و الماـصدق في نفس الوقت و من خلال بناء النـسق المنطـقي الأرسـطي و القـائم على نظرية الفنـات نجد أن تحـديد معـنى الفـنـة عند أرسـطـو قـائم على المـفـهـوم و المـاصـدق لأن العلاقة الأساسية بين الفنـات الأرسـطـية هي عـلاقـة التـضـمـن بين الفـنـات يتـطلـب المـفـهـوم و المـاصـدق مـعـاً لأن ترتـيب الفـنـات لا يـعـتـبر منـطـقيـاً ما لم نـعـرـف الخـصـائـص الـتي تـحـتـويـها كـل فـنـة

وإذا كان تحـديد معـنى الفـنـة عند أرسـطـو يـقـوم على المـفـهـوم و المـاصـدق مـعـاً ، فـهل درـجة أهمـيـة المـفـهـوم مـساـويـة لـدـرـجة أهمـيـة المـاصـدق في تحـديد معـنى الفـنـة عند أرسـطـو ؟ ، يقول بلا نشي ، يـبـدو أن أرسـطـو يـحـافظ على كـفـتـي المـيزـان المـتسـاوـيـتـين ما بين المـفـهـوم و المـاصـدق^(٢) في تحـديد معـنى الفـنـة .

عـلاقـة الفـنـة بـدـالـة الـقـضـيـة

بـجانـب تحـديد معـنى الفـنـة عن طـرـيق التـعرـيف بـالمـفـهـوم و التـعرـيف بـاـلـماـصـدق نـسـطـطـيـع تحـديد معـنى الفـنـة عن طـرـيق دـالـة الـقـضـيـة ، فإذا كانـت الفـنـة هي ما صـدقـتـه التـصـور the conception الذي يـصـدق عـلـيـه التـصـور ،^(٣) و المـمارـسة الـفعـلـيـة لـلفـنـات تـتـطـلـب التـعـامـل معـ الأـعـضـاء الـتـي تـصـدق عـلـيـهـم الفـنـة ، لـذـا نـعـرـف الفـنـة عن طـرـيق دـالـة الـقـضـيـة ،^(٤) The Proposition Function

الفـنـة عـبـارـة عن مـجمـوعـة الأـعـضـاء الـتـي تـحـقـق صـدق دـالـة قـضـيـة ، فـكـل عـضـو يـحل محلـ المتـغـير سـ في الدـالـة القـضـيـة Sـ و يـحـول دـالـة القـضـيـة إـلـي قـضـيـة صـادـقة يـكون عـضـواً في الفـنـة المرـاد تحـديـدـها عن طـرـيق دـالـة القـضـيـة ، و نـجـد هـذـا التـعرـيف لـلفـنـة عند كـل منـ أمـبرـوز و ليـزـروـتـيزـ في كتابـهـما المنـطـق الرـمزـيـ و ذـلـك بـقولـهـما ، الفـنـة هي مـجمـوعـةـ المـوجـودـاتـ الـتـي تـحـتـوي خـصـائـصـ مـعـيـنةـ أو جـمـيعـ المـوجـودـاتـ الـتـي تـحـقـقـ صـدق دـالـة قـضـيـةـ مـعـيـنةـ فإذا قـلـتـ "ـسـ مـذـكـرـ"ـ كـانـتـ جـمـيعـ الأـعـضـاءـ الـتـي يـمـكـنـ أنـ تـوـضـعـ مـكـانـ المـتـغـيرـ سـ

١ - روبيـرـ بلاـنـشـيـ ، "ـالـمنـطـقـ وـتـارـيـخـهـ منـ أـرسـطـوـ حـتـىـ رسـلـ"ـ ، تـرـجمـةـ خـليلـ أحـمـدـ خـليلـ ، المؤـسـسـةـ الجـامـعـيـةـ للـدرـاسـاتـ وـالـنـشـرـ ، لـبنـانـ ، صـ ٥٠ـ .

٢ - نفسـ المرـجـعـ وـ الصـفـحةـ .

٣ - Langer , op. cit. P. 117

٤ - Reichenbach , op. cit. P. 193

لكي تتحول هذه الدالة " س مذكر " إلى قضية صادقة أعضاء للفنة المراد تحديدها^(١) و يقول مالتز ، أيضا في كتابه المنطق الرياضي ، الفنة تتكون من الموضوعات الكافية لتحقيق شرط ، نقول أيمكن أن يُعرف بواسطة الدالة (س) (س ا) التي تقرأ مجموعه جميع الأعضاء س بحيث تكون الدالة ا (س) صحيحة^(٢) و أن كل دالة قضية يتوقف تحويلها إلى قضية على الأعضاء التي تحل محل المتغير س ، حيث يقول رسول في كتابه أصول الرياضيات ، " س دالة قضية إذا كانت لكل قيمة value v من قيم س إذن س قضية تعين إذا تعينت س " ، ^(٣) أي أن دالة القضية س التي تحتوي على المتغير س تصبح قضية عندما تحدد معنى معيناً ، ^(٤) فإذا كان لدينا دالة قضية " س مدخن " يوجد على الأقل شخص يدخن أي يحقق صدق دالة القضية ، ^(٥) و هنا نجد أن الهدف من وضع أعضاء تحل محل س في الدالة السابقة أن نحدد الأعضاء التي تدرج تحت فئة المدخنين و كذلك لو قلت " س إنسان " هذه الفنة تعين عن طريق دالة القضية بحيث نقول سقراط إنسان ، أفلاطون إنسان الخ ، ^(٦) و إذا كان المتغير س في دالة القضية تحل محله أعضاء ، و نظراً لوجود أعضاء تكون ملائمة للفنة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية و أعضاء بخري لا تكون ملائمة للفنة المراد تحديدها ، فإن القضية الناتجة عن دالة القضية بعد تعويضنا عن المتغير س أحيانا تكون صادقة و أحيانا تكون كاذبة ، بمعنى إذا قلنا " س إنسان " ينتج عنها قضية صادقة و أخرى كاذبة^(٧) ، ففي حالة تعويضنا عن س في دالة القضية السابقة بسقراط ، فالقضية الناتجة عنها تكون صادقة و في حالة تعويضنا عن س في هذه الدالة فقط تكون القضية الناتجة عنها كاذبة ، ولكن ما الذي يجعل القضية الناتجة عن دالة القضية بعد تعويضنا عن المتغير بأعضاء إما تكون صادقة و إما كاذبة ، يقول كل من لويس و لاجفورد في كتابهما المنطق الرمزي ، بالنسبة لأي متغير في دالة القضية يحتوي معنى لفنة معينة ، فالمتغير س في دالة القضية " س فان " متضمن في ترتيبه لمعنى فنة معينة فلو عوضنا عن المتغير س في هذه الدالة بسقراط يكون صحيحاً^(٨) لأن سقراط يحمل خصائص فنة الفنانين و بذلك تصبح القضية الناتجة عن

١ - A . Ambrose, and M . Lazerowitz , " Fundamentals of symbolic logic ", Holt Rinehard and winston, Inc, New York , 1944, P.220

٢ - J. Malitz , " Introduction to mathematical logic ", comutable functions model theory, springer – verlag , New York , n.d. P.2

٣ - رسول " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ٥٤ .

٤ - A. Dumitriu, " History of logic" vol, 4 , abacaspress tumbrldge wells , kent, 1977, P. 94

٥ - J.M. Bochenski , " Aprecis of Mathematical logic." Reidel publishing company, Dored recht , Holland , 1959, P. 44

٦ - Eaton , op. cit. P. 410

٧ - Ambrose, and Lazerowitz, op. cit. P. 220

٨ - Lewis , and Langford, op. cit. P. 90

هذه الدالة صادقة ، أما إذا عوضنا عن المتغير s بفرد لا يحمل خصائص الفنة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية تكون القضية الناتجة عنها في هذه الحالة كاذبة ، لذا فكل مدخن الباب ي يكون عضواً في فنة مدخني الباب وكل جبل في الألب يكون عضواً في فنة جبال الألب .^(١)

و على ذلك إذا و ضعنا قيمـاً غير ملائمة Not Convenient لتحول محل المتغير s في دالة القضية ϕ ، فإن القضية الناتجة عنها في هذه الحالة تكون كاذبة و إذا و ضعنا قيمـاً ملائمة Convenient لتحول محل المتغير s في دالة القضية ϕ ، فإن القضية الناتجة عنها تكون صادقة .

و من ناحية أخرى إذا قلنا " s إنسان " و عوضنا عن s بسقراط هنا نجد سقراط عضواً في فنة الناس أي يحمل خصائص فنة الناس ، فعلاقة سقراط بفنة الناس تختلف عن علاقة سقراط بالمحمول إنسان ،^(٢) أي أن علاقة سقراط بفنة الناس أنه عضو فيها في حين علاقة سقراط بإنسان أنه يحمل خصائص الإنسان

و يرى رسول بأن الهدف الأساسي من تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية هو الكشف عن مفهوم الفنة الفارغة ، ففي حالة عدم وجود أعضاء تتحقق صدق دالة القضية و تحولها إلى قضية صادقة ، فإن الفنة المراد تحديدها في هذه الحالة عن طريق دالة القضية تكون فنة فارغة ، حيث يقول : الأسباب التي تحملنا على تعريف الفنة عن طريق دالة القضية هي إننا محتاجون إلى أن نهي لفكرة الفنة الفارغة ،^(٣) فإذا قلنا سعفريت أو س نسر^(٤) ، فإننا لا نستطيع أن نعوض عن المتغيرات في الدوال السابقة بأعضاء و ذلك لعدم وجود أعضاء تحمل خصائص فنة العفريت أو أعضاء تحمل خصائص فنة النسر و بذلك تكون فنة العفريت فنة " فارغة " و أيضاً فنة النسر تكون فنة " فارغة ".

و يرى ريشنباخ ، ان تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية أحياناً يكون تعريفاً مفهومياً وأحياناً يكون تعريفاً ماصدقياً ، حيث يقول ، ان تعريف الفنة عن طريق دالة القضية أحياناً نقول انه تعريف مفهومي و هذا النوع من التعريف يكون مميزاً عن التعريف الماصدقي الذي يقوم على قائمة من الأعضاء^(٥) ، و أيضاً يرى رسول ان تحديد معنى الفنة عن طريق

1 - Bochenksi , "Aprecis of Matematical logic" , P. 55

2 - Eaton , op. cit. P. 414

٣ - رسول ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ص ٥٤

4 - Ambrose, and Lazerowitz , op. cit. P. 229

5 - Reichenbach, op. cit. P. 193

دالة القضية يكون قائماً على التعريف المفهومي والتعريف الماصدقى و ان التعريف الماصدقى يكون أوسع في النطاق من التعريف المفهومي و خصوصاً في الممارسة العملية للفنات ، حيث يقول ، عندما لا تكون الدالة ماصدقية سنسميها دالة مفهومية بحيث ان جميع الناس فانون اعتقاد إنها دالة مفهومية ، "س إنسان" أو "س فان" و هكذا في حين الدالة الماصدقية لدالة س قد تعبّر للأغراض العملية دوال للفنة التي تحدّدها س على حين لا يمكن اعتبار الدوال المفهومية كذلك^(١) ، و على الرغم من أن رسول يرى بأن تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية يكون أحياناً تعريفاً مفهومياً وأحياناً يكون تعريفاً ماصدقياً و أن التعريف الماصدقى يكون هو الأساس في تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية ، فإن الممارسة الفعلية للفنات التي قام بها رسول تؤكد أنه يتعامل مع الفنات من منطلق التعريف الماصدقى فقط و لم يفسح المجال للتعريف المفهومي في الممارسة الفعلية للفنات .

و إن تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية ينتج عنه علاقة جانبية أخرى بجانب علاقة التضمن القائمة بين الفنات و هي علاقة الاتماء و التي تقوم بين العضو و الفنة ، فكل عضو يحقق صدق دالة القضية و يحوالها إلى قضية صادقة هذا العضو ينتمي إلى الفنة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، فإذا كانت الصيغة س (أس) تعبّر عن فنة جميع الأفراد التي تحتوي خصائص الفنة أ ، فإن \exists س دالة قضية تحتوي على المتغير س و يحل محله جميع الأفراد التي تتحقق صدق دالة القضية^(٢) و ان كل فرد يحل محل المتغير س في دالة القضية يكون عضواً في الفنة المراد تحديدها ، فإذا كان س عضواً في الفنة أ ، فإن س ينتمي إلى الفنة أ أي س ∈ أ.^(٣)

و إن تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية لا يتشرط فيه عدداً معيناً من الأعضاء لتحق محل المتغير بل يلزم على الأقل عضو ليحل محل المتغير في دالة القضية و يحوالها إلى قضية صادقة و تكون الفنة في حالة وجود عضو فقط يحل محل المتغير و يحوال دالة القضية إلى قضية صادقة فنة ذات عضو واحد Class U ، فلو قلنا س عميد الأدب العربي لا نجد إلا شخصاً واحداً يحقق صدق هذه الدالة و يحوالها إلى قضية صادقة و هو طه حسين و بذلك تكون الفنة المراد تحديدها في هذه الحالة فنة ذات عضو واحد .

١- رسول ، "مقدمة للفلسفة الرياضية" ، ص ٢٦٥

2 - I. M. Copi, "symbolic logic" the macmillan company New York , 1967, P. 341

3 - W.V.O. Quine , " Mathematical logic," Harved university press, London, 1961, P. 122

ويرى ديميتريو إذا كنا نستطيع تحديد معنى الفنـة أ عن طريق الدالة س أ فإنـا نستطيع أيضاً أن نحدد معنى الفنـة المتمـمة أ' عن طريق الدالة سـ أ طالما الأعضـاء التي تحقق صدق دالة القضية سـ أ في نطاق الفـنة الشـاملـة ، حيث يقول في كتابـه تاريخ المنـطق ، الصـيـغـة سـ أ سـ أ تعـني بـأنـها دـالـة قـضـيـة إـخـرى غـير الدـالـة سـ أ سـ أ ، لـذـكـ كلـ قـيمـة تـحـقـق صـدـق الدـالـة سـ أ سـ أ تكون مـتـنـاقـضـة مـع الـقيـمـة الـتي تـحـقـق صـدـق الدـالـة سـ أ سـ أ وـ العـكـس بالـعـكـس .^(١)

وـ إـذـا كـنـا نـحـدـد مـعـنى الفـنـة عـن طـرـيق دـالـة القـضـيـة ، فـإـنـ الخـصـائـص الـتـي تـحـلـمـها دـالـة القـضـيـة هـي نـفـسـ الخـصـائـص الـتـي تـحـلـمـها الفـنـة الـمـرـادـ تـحـدـيدـها عـن طـرـيق دـالـة القـضـيـة ، حيث يقول رـسـلـ : بـعـضـ الـأـشـيـاء الـتـي يـمـكـنـ أـنـ تـقـالـ عـن دـالـة تـعـبـرـ عـلـيـ إـنـهـ تـقـالـ عـنـ الفـنـةـ الـمـحـدـدةـ بـالـدـالـةـ .^(٢)

كـمـاـ يـوـجـدـ بـيـنـ دـوـالـ القـضـيـاـ تـكـافـفـ صـورـيـ ، فـإـذـاـ اـسـتـبـدـلـنـاـ "ـسـ إـنـسـانـ"ـ بــ "ـسـ فـانـ"ـ يـكـونـ تـكـافـفـ صـورـيـ **Formal Equivalence** بـيـنـ الدـالـتـيـنـ وـ إـنـ عـبـارـةـ جـمـيعـ النـاسـ فـاتـنـونـ لـاـ يـمـكـنـ اـعـتـبـارـهـاـ عـلـيـ إـنـهـ تـدـورـ حـولـ الفـنـةـ الـمـحـدـدةـ بـإـحـدـىـ الدـالـتـيـنـ لـاـنـ قـيمـةـ صـدـقـهـاـ قـدـ تـتـغـيـرـ مـعـ اـسـتـبـدـالـ دـالـةـ مـكـافـفـةـ صـورـيـاـ مـاـ يـتـرـكـ الفـنـةـ دـوـنـ تـغـيـرـ ،^(٣) فـإـذـاـ قـاتـنـاـ سـقـراـطـ إـنـسـانـ يـكـونـ فـنـةـ صـورـيـةـ لـ سـقـراـطـ فـانـ وـ يـكـونـ تـكـافـفـ صـورـيـ بـيـنـ الـفـنـتـيـنـ الـمـرـادـ تـحـدـيدـهـاـ عـنـ طـرـيقـ الدـالـتـيـنـ "ـسـ إـنـسـانـ"ـ وـ "ـسـ فـانـ"ـ .^(٤)

وـ يـقـولـ رـسـلـ ، "ـ أـنـ دـالـتـيـ قـضـيـتـيـنـ مـتـكـافـتـيـنـ صـورـيـاـ عـنـدـمـاـ يـكـونـ كـلـتـاهـمـاـ صـادـقـةـ اوـ كـلـتـاهـمـاـ كـاذـبـةـ ، وـ أـنـ دـالـتـيـ قـضـيـتـيـنـ سـ أـ سـ ، نـ سـ يـكـونـانـ مـتـكـافـتـيـنـ صـورـيـاـ عـنـدـمـاـ تـكـونـ الدـالـةـ سـ أـ سـ مـكـافـفـةـ دـائـمـاـ لـ الدـالـةـ نـ سـ"ـ .^(٥)

كـمـاـ لـاحـظـ رـسـلـ ، أـنـ وـ جـوـدـ اـخـتـلـافـ بـيـنـ دـوـالـ القـضـيـاـ وـ الفـنـةـ مـنـ حـيـثـ التـكـافـفـ ، فـتـكـافـفـ الـفـنـاتـ يـلـزـمـ عـنـهـ تـكـافـفـ الدـوـالـ الـتـيـ تـحـدـدـ تـلـكـ الـفـنـاتـ فـيـ حـيـنـ أـنـ تـكـافـفـ الدـوـالـ لـاـ يـلـزـمـ عـنـهـ تـكـافـفـ الـفـنـاتـ ، فـتـكـافـفـ الدـوـالـ يـقـومـ إـذـاـ كـانـتـ جـمـيعـ الدـوـالـ صـادـقـةـ اوـ جـمـيعـ الدـوـالـ كـاذـبـةـ ، فـمـنـ السـهـلـ أـنـ نـجـدـ دـالـتـيـنـ مـتـكـافـتـيـنـ مـعـ اـخـتـلـافـ فـيـ الـفـنـتـيـنـ الـمـرـادـ تـحـدـيدـهـاـ عـنـ طـرـيقـ هـاتـيـنـ الدـالـتـيـنـ ، وـ مـعـ ذـلـكـ فـيـ رـأـيـ رـسـلـ مـادـامـتـ الـفـنـةـ يـتـمـ تـحـدـيدـهـاـ عـنـ طـرـيقـ دـالـةـ القـضـيـةـ

1 - A. Dumitriu, " History of logic" vol. 4, P. 94

2 - رـسـلـ ، "ـ مـقـدـمـةـ لـلـفـلـسـفـةـ الـرـيـاضـيـةـ"ـ ، صـ ٢٦٤ـ .

3 - نفسـ المرـجـعـ ، صـ ٢٦٥ـ .

4 - Eaton , op. cit. P. 418

5 - رـسـلـ ، "ـ مـقـدـمـةـ لـلـفـلـسـفـةـ الـرـيـاضـيـةـ"ـ ، صـ ٢٦٢ـ .

فلا بد أن يكون التكافؤ بين الدوال ينتج عنه تحديد فئة واحدة مهما كان عدد الدوال المتكافئة ، حيث يقول : أن وجود دوال مكافئة صوريا لدالة معلومة هو العلة في استحالة التطابق بين الفئة و الدالة لأننا نريد من الفئات أن يكون لفنتين متميزيتين نفس الأعضاء بالضبط Exactly و عندئذ يتحتم على دالتى مكاففتين صوريا تحديد نفس الفئة .^(١)

The Same Class

و نجد ديمتريو ، يقرر هذا المعنى بقوله ، بالنسبة لدالتي قضيتين متكاففتين صوريا يجب أن تكون لكل حجة كافية بالنسبة للدالة الأولى تكون حجة كافية بالنسبة للدالة الثانية ، أي كلا الدالتين المتكاففتين تحدد نفس الفئة ، ففة حيوان بدون ريش تكون في هوية مع فئة الإنسان ،^(٢) لذا فالتكافؤ بين الدوال ينشأ عنه هوية بين الفئات . Identity

و ان التكافؤ بين دوال القضايا في نظر كل من لويس و لاجفورد يقوم على الأعضاء التي تصدق عليها الفئة التي تحدد عن طريق الدوال المتكافئة ولا يقوم التكافؤ بين دوال القضايا على الخصائص التي تحتويها الفئة التي تحدد عن طريق الدوال المتكافئة ، و ذلك بقولهما ، الدالتان يكونان متكاففتين صوريا بحيث كل منهما تكون صحيحة لنفس أعضاء الفئة الوجودية و يكون التكافؤ في الماصدق و لا يكون تكافؤ في المفهوم ،^(٣) و يؤكد هذا المعنى إيتون بقوله ، في منطق الفئات ما صدق دالة القضية يجب أن يكون تحت الاعتبار لأن التكافؤ بين الدوال يكون قائماً على الماصدقات .^(٤)

و من ناحية أخرى إذا كان المتغير في دالة القضية يندرج تحت فنتين في نفس الوقت أو يربط بين فنتين ، فإن الفئة الأولى تكون متضمنة في الفئة الثانية ، فإذا قلنا "س إنسان فان" . فإن هذه الدالة تقرر أن فئة الناس تكون متضمنة في فئة الفنانين^(٥) فالعضو الذي يحقق صدق الدالة يكون عضواً في الفئة الأولى وفي نفس الوقت يكون عضواً في الفئة الثانية ولكن كل عضو في الفئة الثانية لا يلزم أن يكون عضواً في الفئة الأولى ، و هنا تكون الفئة الأولى متضمنة في الفئة الثانية .

و في دالة القضية التي تربط بين فنتين ، نجد أن في حالة وضع أعضاء ملائمة لتحقيق صدق دالة القضية ينشأ عن ذلك لزوم صوري بمعنى إذا قلنا "س إنسان فان" فلو

1 - نفس المرجع والصفحة .

2 - Dumitriu, " History of logic , " vol. 4. P. 101

3 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 103

4 - Eaton , op. cit. P. 418.

5 - Ibid. P. 413

وَضَعْنَا مَكَانَ سِمْلَالاً سُقْرَاطَ يَنْتَجُ عَنْ ذَلِكَ سُقْرَاطَ إِنْسَانٌ إِذْنَ سُقْرَاطَ فَانِّي إِذَا كَانَ سُقْرَاطَ عَضْوًا فِي فَنَّةِ الإِنْسَانِ إِذْنَ سُقْرَاطَ عَضْوًا فِي فَنَّةِ الْفَانِينَ وَعَلَى ذَلِكَ يَنْشَأُ عَلَاقَةُ التَّضْمِنِ بَيْنَ فَنَّتَيْنِ عَلَاقَةً لِزُومِ صُورِيٍّ ، وَيَؤَكِّدُ هَذَا الْمَعْنَى كُلُّ مَنْ لَوِيْسُ وَلَاجْفُورِدُ بِقَوْلِهِمَا ، فِي الْحَقِيقَةِ الْلِزُومِ الصُورِيِّ قَامَ عَلَى عَلَاقَةِ التَّضْمِنِ بَيْنَ الْفَنَّةَ أَوِ الْفَنَّةَ بَ^(١) بِمَعْنَى كُلِّ عَضْوٍ فِي الْفَنَّةَ أَ يَلْزَمُ أَنْ يَكُونَ عَضْوًا فِي الْفَنَّةَ بَ . فَإِذَا قَلَّنَا الْقُطْطَ حَيَوانَاتٍ يَنْتَجُ عَنْ ذَلِكَ لِزُومِ صُورِيٍّ **Formal Implication** يَتَمَثَّلُ فِي الْقَوْلِ بَأنَّ "سَقْطٌ" يَلْزَمُ عَنِّهِ "سَ حَيَوانٌ" وَكَذَلِكَ "كُلُّ إِنْسَانٌ حَيَوانٌ" يَكُونُ لِزُومِ صُورِيٍّ يَتَمَثَّلُ فِي الْقَوْلِ إِذَا كَانَ سِمْلَالاً إِنْسَانٌ يَلْزَمُ عَنِّهِ سِمْلَالاً حَيَوانٌ .

كَمَا نَجَدَ أَنَّ عَلَاقَةَ الْلِزُومِ الصُورِيِّ عَلَاقَةً مُتَعَدِّيَّةً **T ransitive** مُثَلُّ عَلَاقَةِ التَّضْمِنِ بَيْنَ الْفَنَّاتِ فِي إِذَا كَانَ سِمْلَالاً يَلْزَمُ عَنِّهِ سِمْلَالاً وَسُقْرَاطَ إِنْسَانٌ إِذْنَ سُقْرَاطَ فَانِّي^(٢) وَكَذَلِكَ إِذَا قَلَّنَا سُقْرَاطَ إِغْرِيقِيٍّ يَلْزَمُ عَنِّهِ أَنَّ سُقْرَاطَ إِنْسَانٌ وَسُقْرَاطَ إِنْسَانٌ يَلْزَمُ عَنِّهِ سُقْرَاطَ فَانِّي ، أَيْ أَنَّ جَمِيعَ الْإِغْرِيقِيِّ نَاسٌ وَجَمِيعَ النَّاسِ فَانُونَ إِذْنَ جَمِيعَ الْإِغْرِيقِيِّ فَانُونَ .^(٣)

وَنَجَدَ لَدَالَّةُ الْقَضِيَّةُ أَرْبَعَ صُورَ مُخْتَلِفَةً ذُكْرُهَا لَنَا إِيَّتُونَ فِي كِتَابِهِ الْمُنْتَقِعِ الْعَامِ :

١ - $\forall s$: الدَّالَّةُ نَفْسُهَا تَعْتَبِرُ صَادِقَةً أَوْ كَاذِبَةً^(٤) بِمَعْنَى أَنَّ الدَّالَّةَ تَكُونُ صَادِقَةً إِذَا عَوْضَنَا عَنِ الْمُتَغَيِّرِ s بِقِيمِ تَلَاثَمِ الْفَنَّةِ الْمَرَادِ تَحْدِيدُهَا عَنْ طَرِيقِ الدَّالَّةِ $\forall s$ أَيْ تَحْمِلُ خَصَائِصَ هَذِهِ الْفَنَّةِ وَتَكُونُ كَاذِبَةً إِذَا حلَّ مَحْلُ الْمُتَغَيِّرِ s أَعْضَاءٌ لَا تَحْمِلُ خَصَائِصَ الْفَنَّةِ الْمَرَادِ تَحْدِيدُهَا عَنْ طَرِيقِ دَالَّةِ الْقَضِيَّةِ .

٢ - (s) $\forall s$: الدَّالَّةُ تَكُونُ صَحِيحَةً بِالنِّسْبَةِ لِكُلِّ قِيمِ s ^(٥) أَيْ جَمِيعَ الْأَعْضَاءِ الَّتِي تَحْلِ مَحْلَ الْمُتَغَيِّرِ s فِي هَذِهِ الدَّالَّةِ تَكُونُ مَلَائِمَةً وَتَحُولُ دَالَّةَ الْقَضِيَّةِ إِلَى قَضِيَّةٍ صَادِقَةٍ .

٣ - (E) $\forall s$ الدَّالَّةُ $\forall s$ تَكُونُ صَحِيحَةً لِبَعْضِ قِيمِ s ^(٦) بِمَعْنَى يَوْجِدُ عَلَى الْأَقْلَى عَضْوٌ يَحْقِقُ صَدَقَ دَالَّةِ الْقَضِيَّةِ وَيَحْوِلُهَا إِلَى قَضِيَّةٍ صَادِقَةٍ .

٤ - ($\exists s$) : بِالنِّسْبَةِ لِلْمُتَغَيِّرِ s تَكُونُ الدَّالَّةُ صَحِيحَةً وَتَحْدِدُ بِوَاسِطَةِ الدَّالَّةِ $\exists s$ ^(٧) وَمِنْ خَلَلِ تَحْدِيدِ مَعْنَى الْفَنَّةِ عَنْ طَرِيقِ دَالَّةِ الْقَضِيَّةِ نَسْتَطِعُ الْكَشْفَ عَنْ مَفْهُومِ الْفَنَّةِ الْفَارِغَةِ وَالَّتِي لَا تَحْتَوِي عَلَى أَعْضَاءٍ تَحْقِقُ صَدَقَ دَالَّةِ الْقَضِيَّةِ وَكَذَلِكَ نَسْتَطِعُ الْكَشْفَ

١ - Lewis , and Langford , op. cit. P. 100

٢ - Ibid. P. 101

٣ - Dumitriu , " History of logic" vol. 4. P. 96

٤ - Eaton , op. cit.P. 411 .

٥ - Ibid. P. 411

٦ - Ibid. P. 411

٧ - Ibid. P. 411

عن مفهوم الفنة ذات العضو الواحد وذلك في حالة وجود عضو واحد فقط يحقق صدق دالة القضية ، وأيضاً نستطيع أن نحدد الفنة المتممة لأى فنة من خلال تناقضها دوال القضية ، لذا نستطيع تحديد معنى الفنة بتنوعها من خلال دالة القضية .

أما عن تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية هل هي من إبداع المناطقة المحدثين أم لها جذور أرسطية ؟ في الحقيقة على الرغم من أن تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية يبدو لأول وهلة أنها من إبداع المناطقة المحدثين ، إلا أن فكرة دالة القضية ترجع إلى المنطق الأرسطي، حيث يقول أرسطو ، أن الأشخاص قد تشارك الجنس والنوع مثل ذلك "إنسان ما" ^(١) ومن خلال هذا النص نجد أن عبارة "إنسان ما" تعبّر عن دالة القضية ، فلو قلنا سقراط إنسان نجد أن سقراط حل محل كلمة "ما" وهي التي تعبّر عن المتغير س في دالة القضية لذلك فالمنطقة المحدثون قاموا بوضع المتغير س ليعبّر عن "ما" بمعنى لو قلنا "حيوان ما" هي نفس المفهوم من الدالة "س حيوان" ، وكذلك لو قلنا "قط ما" هي نفس المفهوم من الدالة "س قط" .

وعلى الرغم من أن أرسطو وضع لنا الأساس الأول لما عرف بدالة القضية إلا أنه لم يفسح المجال لتحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية في بنائه لنسخة المنطقى واكتفى فقط بتحديد معنى الفنة عن طريق التعرّيف بالماصدق والتعرّيف بالمفهوم .

أهم المظاهير القائمة على دالة القضية

$$(ع) (ع \in \emptyset (س) \equiv ع \in \emptyset (ص))^{(٢)}$$

ان وجود تكافؤ بين دالتين يلزم بأن كل عضو يحقق صدق الدالة الأولى \emptyset س يحقق صدق الدالة الثانية \emptyset ص

$$ا = ب \wedge ب = ا \therefore س \in \emptyset (ص) \wedge س \in \emptyset (ب)^{(٣)}$$

وفي حالة وجود هوية بين فتاتين أ ، ب يلزم عن ذلك أن كل عضو يحقق صدق الدالة \emptyset ب في نفس الوقت .

١ - أرسطو ، الطوبيقا ، ضمن كتاب منطق أرسطو، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ ٢ ، القاهرة ، مطبعة دار الكتب المصرية ، ١٩٤٩ م ، ص ٥٥٥ .

٢ - ablang , " An introduction to Deductive logic" , John Wiley and sons , INC , New York , n.d.

(س) \emptyset س \equiv ن س . . س () \emptyset س \equiv (س) ن س .^(١)

إذا كانت الدالة \emptyset س صحيحة لجميع قيم س ، تكافى الدالة ن س يلزم عن ذلك أن الدالة س تكافى الدالة ن س التي تكون صحيحة لجميع قيم س .

س \emptyset س \equiv ن س . . س () \emptyset س \equiv (س) ن س .^(٢)

إذا كانت الدالة \emptyset س صحيحة لجميع قيم س ومتكافئة مع الدالة ن س فى حالة كونها صحيحة لجميع قيم س يلزم عن ذلك أن الدالة \emptyset س عندما تكون صحيحة لبعض قيم س تتكافأ مع الدالة ن س عندما تكون صحيحة لبعض قيم س .

(س) \emptyset س \equiv ن س \equiv (س) ~ () \emptyset س \equiv ~ (ن س) .^(٣)

فى حالة الدالة \emptyset س تكون صحيحة لجميع قيم س تكون مكافئة للدالة ن س الصحيحة لجميع قيم س ، فإن الدالة \emptyset س فى حالة عدم صدقها على أي عضو تكون فى هوية مع الدالة ن س عندما لا تكون صادقة على أي عضو .

(س) \emptyset س . ن س \equiv (س) \emptyset س . (س) ن س^(٤)

القول بأن كل من الدالتين \emptyset س ، ن س صحيحتان لجميع قيم س يتكافأ مع القول بأن الدالة \emptyset س صحيحة لجميع قيم س والدالة ن س صحيحة لجميع قيم س .

(س) \emptyset س . V . (س) ن س \equiv (س) E . V . (س) \emptyset س . ن س .^(٥)

وفى حالة أن الدالة \emptyset س تكون صحيحة لبعض قيم س أو الدالة ن س صحيحة لبعض قيم س يكافى أما الدالة \emptyset س أو الدالة ن س تكون صحيحة لبعض قيم س .

(س) \emptyset س . C . Q \equiv (س) \emptyset س . C . Q .

\emptyset س تكون صحيحة لبعض قيم س يلزم أن ق صادقة يكافى \emptyset س صحيحة لجميع قيم س يلزم صدق ق^(٦) بمعنى فى حالة أن تكون الدالة صحيحة لبعض قيم س يلزم عنها صدق القضية ق بعد تعويضنا عن المتغير بعضو على الأقل يكافى بأن فى حالة الدالة \emptyset س صحيحة لجميع قيم س يلزم عن ذلك أن جميع القضايا الناتجة عنها بعد تعويضنا عن المتغير بقيم ملائمة تكون صادقة .

1 - Ibid. P. 169

2 - Ibid. P. 169

3 - Ibid. P. 169

4 - Dumitriu, "History of logic" vol , 4 , P. 97

5 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 98

6 - Ibid. P. 97

$\neg \exists x. \neg P(x) \equiv \forall x. P(x)$

التكافؤ قائم بين صدق $\neg \exists x. \neg P(x)$ و صحة $\forall x. P(x)$ وأن $\neg \exists x. \neg P(x)$ صادقة يلزم بأن الدالة P تكون صحيحة لجميع قيم x .⁽¹⁾

$\neg \forall x. \neg P(x) \equiv \exists x. \neg P(x)$

هذا يعني صدق القضية $\neg \forall x. \neg P(x)$ عنده أن الدالة P تكون صحيحة لبعض قيم x يكافي بأن صحة الدالة P لبعض قيم x تكون في صادقة وصدق القضية $\neg \forall x. \neg P(x)$ يلزم بأن الدالة P تكون صحيحة لجميع قيم x .⁽²⁾

$\neg \forall x. \neg P(x) \equiv \exists x. P(x)$

فإذا كانت الدالة P صحيحة لجميع قيم x يلزم عن ذلك أن القضية $\neg \forall x. \neg P(x)$ صادقة دائماً ، يكافي عندما تكون الدالة P صحيحة لبعض قيم x يلزم عن ذلك صدق القضية $\neg \forall x. \neg P(x)$ أحياناً.⁽³⁾

$\neg \forall x. \neg P(x) \equiv \exists x. P(x)$

إذا كانت القضية $\neg \forall x. \neg P(x)$ صادقة لجميع قيم x يلزم بأن الدالة P صحيحة لجميع قيم x يكافي بأن صدق القضية $\neg \forall x. \neg P(x)$ يلزم بأن الدالة P صحيحة لجميع قيم x .

$\neg \forall x. \neg P(x) \equiv \exists x. P(x)$

إذا كانت الدالة P صحيحة لجميع قيم x يلزم أن الدالة نفسها تكون صحيحة لبعض قيم x .

$\neg \forall x. \neg P(x) \equiv \exists x. P(x)$

معنى إذا كانت الدالة P صحيحة لجميع قيم x يلزم عن ذلك أما الدالة P أو الدالة $\neg P$ صحيحة لجميع قيم x ⁽⁴⁾

$\neg \forall x. \neg P(x) \equiv \exists x. P(x)$

1 - Ibid. P. 97

2 - Ibid. P. 97

3 - Dumitriu , “ History of logic” vol , 4. P. 92

4 - Ibid. P. 97

5 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 92

6 - Ibid. P. 99

إذا كانت الدالة ϕ س صحيحة لبعض قيم س يلزم عن ذلك أنها الدالة ϕ س أو الدالة ن
س صحيحة لبعض قيم س⁽¹⁾

وأخيراً عندما تكون الدالة ϕ س صحيحة لجميع قيم س يلزم عنها أن الدالة ن
س صحيحة لجميع قيم س وعندما تكون الدالة ن س صحيحة لجميع قيم س يلزم عنها أن
الدالة & س صحيحة لجميع قيم س ، إذن عندما تكون الدالة ϕ س صحيحة لجميع قيم س
يلزم عنها أن الدالة & س صحيحة لجميع قيم س ، بمعنى
 ϕ س . س . (س) ن س . (س) & س . س . (س) ϕ
س . س . (س) & س

وهنا تكون العلاقة متعددة ،⁽²⁾ أي علاقة المزوم الصوري علاقة متعددة .

ثانياً : أنواع الفئات The kinds Of Classes

على الرغم من أن الفئة عبارة عن مجموعة من الأفراد التي تحتوى على
خصائص معينة وهذه الأفراد تكون أعضاء للفئة ،⁽³⁾ هذا هو التعريف المأثور للفئة إلا
إننا نجد للفئة في المنطق عدة أنواع منها ما تحتوى على عضو واحد ومنها ما لا تحتوى
على أعضاء ، وهذه الأنواع ستة أنواع نتناول بالتحليل كل نوع على حدة وعلاقة كل نوع
بالأنواع الأخرى والرجوع بكل نوع إلى المنطق الأرسطي لتحديد دور أرسطو بالنسبة لكل
نوع من أنواع الفئات .

١ - الفئة الشاملة The Universal Class

الفئة الشاملة هي الفئة الكلية التي تحتوى على مجموعة من الأفراد يشتراكون في
خصائص معينة Certain Properties وكل فرد يحمل هذه الخصائص يكون عضوا
في هذه الفئة ، ويقول كارناب ، الكل ما هو إلا مجموعة من الأفراد يشتراكون في خواص
معينة وأن كل عضو من هذه الأعضاء لا بد أن يحتوى على تلك الخواص ،⁽⁴⁾ وهذا هو

1 - Ibid. P. 99

2 - Dumitriu , " History of logic " vol , 4. P. 97

3 - Cohen , and Nagel , op . cit. P. 122

4 - Carnap , " Introduction to symbolic logic and its applications " , Dover publications ,
INC , New York , 1958 , P. 107

المعنى الأكيد للفظ كلّي أو شامل أي أن الفنّة الشاملة تحتوى جميع الأعضاء ،^(١) كما نجد رسل في كتابه مقدمة للفلسفة الرياضية ، قد أعطى تعريفاً للفنّة الشاملة بإنها فنّة كل شئ Every Thing Class أو الفنّة التي يجب أن تشمل كل شئ .^(٢)

والفنّة الشاملة لا تحتوى على أفراد فقط ولكنها تحتوى على فنّات أيضاً وبذلك تكون الفنّة الشاملة بجانب أنها تحتوى على مجموعة من الأفراد فإنّها تحتوى على مجموعة من الفنّات ، لذا تسمى الفنّة الشاملة فنّة الفنّات ، وكل مجموعة أفراد تتدرج تحت الفنّة الشاملة وتحتوى خصائص معينة لا تحتويها مجموعة أفراد أخرى تمثل فنّة وهذه الفنّة بدورها تكون مندرجة تحت الفنّة الشاملة .

فإذا تحدثنا مثلاً عن فنّة الألوان فتكون فنّة شاملة أو كليّة بمعنى أي شئ له لون يندرج تحت فنّة الألوان ولكن نجد أن للألوان أنواعاً نجد لون أخضر ، أحمر ... الخ . وكل لون من هذه الألوان يمثل فنّة ، فلو قلنا فنّة الأشياء الحمراء وهذه الأشياء الحمراء متضمنة في الفنّة الشاملة وتوجد ألوان أخرى غير اللون الأحمر فتكون فنّة اللون الأحمر وفنّة اللون غير الأحمر تحت اسم واحد وهو فنّة الألوان وهو ما يطلق عليه الفنّة الشاملة .^(٣)

وقد استخدم تصور الفنّة الشاملة في عدة مجالات Fields بمعاني مختلفة وأنها ساهمت مساهمة فعالة في هذه المجالات فإنّها عُرفت في الحساب باسم مجموعة المجموعات The Set Of Sets كما عُرفت في علم الأنثروبولوجي باسم مجموعة جميع الموجودات الإنسانية ، ويقرّ هذا المعنى كل من سلوپيتسكي وبوركوسكي ، وذلك بقولهما ، الفنّة الشاملة تترجم في حساب الأعداد بمجموعة المجموعات أو المجموعة الشاملة وفي الأنثروبولوجي تترجم باسم مجموعة جميع الموجودات الإنسانية .^(٤)

وإذا كانت الفنّة الشاملة تحتوى على أفراد وفنّات ، فإنّ الفنّات التي تحتويها الفنّة الشاملة تسمى فنّات فرعية Sub Classes ، وكل فنّة تكون متضمنة في Included In الفنّة الشاملة تسمى فنّة فرعية وأى عضو بالنسبة للفنّات الفرعية يكون أيضاً عضواً في الفنّة الشاملة ،^(٥) والفنّات الفرعية التي تحتويها الفنّة الشاملة لا تكون في حالة استبعاد

١ - Langer , op. Cit. P. 123

٢ - رسل ، "مقدمة للفلسفة الرياضية" ، ص ١٩٩ .

٣ - د/ محمد مهران ، "مقدمة في المنطق الرمزي" ، ص ٢٤٧ .

٤ - Slupecki , and Borkowski , op. Cit . P . 158

٥ - Eaton , op. Cit. P. 420

كلى من ناحية الخصائص فجميع الفنات الفرعية تشتراك في خصائص أساسية وكل فنة تحتوى على خصائص معينة بحيث تميزها عن خصائص الفنات الفرعية الأخرى .

وكان جورج بول يسمى الفنة الشاملة " عالم الأشياء المتصورة " أي كل الأشياء أو الموجودات التي ندركها في العالم من أى نوع كانت على أنه نوع من المقولات المحددة التي تشتمل على جميع الأشياء موضوع الحديث ،^(١) فالفنون الشاملة وإن كانت هي فنة كل شئ فليس معنى ذلك إنها تحتوى كل شئ في العالم ولكنها تحتوى كل شئ في نطاق الفنة التي تتحدث عنها .

ويرى لي Lee ، أن الفنة الشاملة إذا كانت تحتوى كل شئ في نطاق الحديث ، فإن كل شئ هذا الذى تحتويه الفنة الشاملة لابد أن يكون ذا معنى وأن كل عضو في هذه الفنة لابد أن يحوز جميع الخواص المشتركة التي انطلق منها هذا المعنى ، فالفنون الشاملة تحتوى على كل شئ من شأنه أن يكون ذا معنى فإذا كانت أفة الأشياء الحمراء فمن الخطأ القول بأن الليمون عضو في فنة الأشياء الحمراء إلا أن ذلك ليس لغوا بل قول يحمل معنى إذ أن الليمون يقع في دائرة الأشياء الملونة تلك التي إما أن تكون حمراء أو غير حمراء وبذلك ينتمي إلى عالم مقال الموضوعات الملونة.^(٢)

وعلى ذلك تكون الفنة الشاملة هي فنة تتسع لكل الفنات التي يمكن أن تدرج تحتها ، أى إنها فنة تحتوى على كل الأشياء أو الحوادث موضوع الحديث .

وعادة يستخدم الرمز (١) أى الواحد الصحيح أو الوحدة التي تمثل بها للعالم أي عالم المقال .^(٣) Universe Of Discourse .

أن العدد (١) فيما يقول رسل ، يجب أن يعرف على أنه فنة جميع فنات الوحدة أى جميع الفنات التي لها عضو واحد بالطبع وعند تعريف العدد (١) لفنة جميع فنات الوحدة ، فإن الوحدة يجب أن تعرف بحيث لا نفترض إننا نعرف المقصود بالوحدة ،^(٤) وهنا نجد رسل يقرر بأن العدد واحد يعبر عن الفنة التي تحتوى مجموعة من الفنات التي تدرج

١ - W. Kneale , and M. Kneale , " development of logic " , Clerendon press , exford , 1960 , P. 408 .

نقاً عن كتاب د/ عزمي إسلام ، دراسات في المنطق ونصوص مختارة ، الكويت ، ١٩٨٥ ، ص ١٤٢ .

٢ - H.W. Lee , " symbolic logic " , Routledge and keganpaul , London , 1961 , P.63

نقاً عن كتاب الدكتور / محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٤٨ .

٣ - جورج بول ، " التحليل الرياضي للمنطق " ، ترجمة د/ عزمي سلام في كتابه دراسات في المنطق ونصوص مختارة ، ص ١٥٤ .

٤ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ٢٥٩ .

تحت فلة واحدة ، ويرى الفريد تارسكي أن العدد (١) يعبر عن الفلة التي تحتوى جميع الأشياء التي تكون أعضاء في هذه الفلة حيث يقول ، يجب التأكيد أن الرمز (١) يرمز إلى الفلة المكونة من جميع الأعضاء لا إلى الفلة التي تحتوى على جميع الأشياء الممكنة كأعضاء فيها ، ^(١) وبذلك نجد تارسكي يقرر بأن العدد (١) يرمز إلى الفلة الكلية التي تحتوى جميع الأعضاء وأن كل عضو يعبر عن شئ يحمل خصائص الفلة الشاملة .

ومن ناحية أخرى ، على الرغم من وجود فنات شاملة متعددة ، إلا أن تصورنا للفلة يكون في مجال الحديث هو الذى يحددها ، لذا تكون الفلة الشاملة فلة فريدة Unique ، فالفلة الشاملة فلة فريدة لأننا نتعامل مع ماصدق الحدود فلة كل شئ تكون فلة فريدة ، ^(٢) أى أن الفلة الشاملة فلة فريدة لأننا عندما نتحدث عن موضوع ما يكون هذا الموضوع هو الذى يشغل عقلاً من ناحية التفكير فيه فيكون تفكيرنا محصوراً في هذا الموضوع وخصوصاً عندما نتحدث عن موضوع شامل لعدة موضوعات Subjects أى أن الفلة الشاملة فلة فريدة في الوقت الذى نتحدث فيه عنها ولا يشغل تفكيرنا إلا هذه الفلة ، وحين نقول أن الفلة الشاملة فلة فريدة فإننا نعني أنه لا توجد إلا فلة شاملة واحدة نتحدث عنها في سياق الحديث . ^(٣)

وكون الفلة الشاملة هي فلة كل شئ فكل عضو يندرج تحت هذه الفلة يكون في هوية مع نفسه وأن جميع الأعضاء تشتراك في خصائص معينة ولا يوجد عضو خارج الفلة الشاملة يكون في هوية مع أي عضو يندرج تحت الفلة الشاملة وفي نفس الوقت إن كل مجموعة أعضاء تحتوى خصائص معينة تمثل فلة فرعية من الفلة الشاملة ، ويمكن التعبير عن ذلك رمزاً بالصيغة التالية : $1 = S \neq s$ ($s = s$) بمعنى أن الفلة الشاملة تكون فلة جميع الأعضاء التي تكون في هوية مع أنفسهم لأن كل شئ يكون في هوية مع نفسه ، ^(٤) فإذا كانت الفلة الشاملة هي فلة كل شئ فكل عضو يندرج تحتها يكون له وجود في الواقع لذلك فإنه يحمل الخصائص التي تحملها الفلة ، لذا فكل عضو من هذه الأعضاء يكون في هوية مع نفسه نظراً لوجوده في الواقع .

١ - تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١٠ .

2 - Lewis , and Langford , op. Cit. P. 51

3 - Ambrose , and Lazerowitz , op. Cit . P. 231

4 - Bochenski, "A precis of mathematical logic " . P. 57

وإذا كانت الفنة الشاملة هي فنة كل شئ فإن كل شئ يكون عضواً في الفنة الشاملة مجال الحديث اي (س) ($s \in S$)^(١) ، وإذا كانت فنة فرعية من الفنة الشاملة فإن كل عضو في الفنة A يكون في نفس الوقت عضواً في الفنة الشاملة التي تحتوى الفنة A اي $s \in S \subset A$ ^(٢) ، وعلى ذلك فالفنون الشاملة تحتوى الفنون والأفراد معاً

ويجانب قولنا بأن الفنة الشاملة هي فنة كل شئ فإننا نستطيع حصر الأعضاء التي تدرج تحت الفنة الشاملة من خلال مجموع أعضاء اى فنة والفنـة المتممة لهذه الفنة وبذلك نستطيع تحديد مفهوم الفنة الشاملة بطريقة غير مباشرة اى ان $1 = 1 + 1$ ^(٣) ، فلو كانت لدينا الفنة A وهي فنة الكلاب و A هي فنة جميع الأشياء التي ليست كلاب وأن الفنة A تمثل جميع الكلاب في العالم وأن الفنة A تمثل كل حيوان ليس بكلب مثل فنة الأسماك والقطط ،^(٤) فالفنـة الشاملة هنا تكون فنة الحيوانات التي تحتوى جميع أعضاء الفنة A وأعضاء الفنة A

وإذا كانت الفنة الشاملة فنة كل شئ ومعنى أن القضية الصادقة تعبر عن قول ذي معنى ، فالفنـة الشاملة تمثل في منطق القضايا القضية الصادقة ،^(٧) بمعنى أن الأساس الذى قام عليه الحكم بأن القضية صادقة بيانها تكون ذات معنى صادق هو نفس الأساس الذى قامـت عليه الفنة الشاملة^(١) أى أنها تحتوى كل شئ يكون ذات معنى ، ويؤكد كل من لويس و لاجفورد هذا المعنى بقوله ق، = ١ أى فيه حالة صادقة فإنـه

1 - W.V.O. Quine , " set theory and its logic " The Belbal press of Harvard , University press . Cambryidge . London . 1980 P. 334

2 - A.P. Morse, "A theory of sets", academic press , London , 1965 , P. 45

³ - Ambrose, and Lazerowitz, op. Cit. P. 231

⁴ - Basson , and O'connor , op. Cit. P. 150

⁵ - Schipper, and schuh, op. Cit. P. 273

6 - Langer, op. Cit. P. 144

7 - Cohen , and Nagel , op. Cit. P. 126

تکافیء الفنة الشاملة (١) ، (١) وبذلك يكون التصور الذى قامت عليه فکرة الفنة الشاملة بأنها تحتوى كل شى ذي معنى هو نفس التصور الذى قامت عليه فکرة القضية الصادقة باحتواها على قول ذي معنى

والآن ، إذا كانت الفنة الشاملة هي فنة الفنات والأفراد في نفس الوقت فهل نجد لمعناها جذوراً في المنطق الأرسطى أم إنها من إبداع المناطقة المحدثين ؟
في الحقيقة أجاب على هذا السؤال كل من شبير وتشوه بقولهما ، أن الفنة الشاملة هي الجنس في التعريف الأرسطى ، (٢) وعلى ذلك فالجنس في التعريف الأرسطى يعبر عن الفنة الشاملة في المنطق الحديث ، حيث يقول أرسطو ، أن الجنس هو المحمول على كثيرين مختلفين بالنوع من طريق ما هو ، (٣) لذا فالجنس عند أرسطو هو تصور يحتوى على تصورات مختلفة في النوع وليس في العدد أى أنه فنة كلية تحتوى على فنات فرعية منها .
وإذا كانت الفنة الشاملة هي الفنة التي تحتوى على الأقل فنة فرعية وأخرى متممة لها ، هذا المعنى عبر عنه أرسطو بقوله ، الجنس فليس إنما يحمل على نوع واحد لكن على أنواع كثيرة . (٤)

وإذا كانت الفنة الشاملة ترجع جذورها إلى المنطق الأرسطى وذلك من خلال التعريف الأرسطى للجنس بما وجه الاختلاف ؟ فنحن نرى إذا كانت الفنة الفارغة هي الفنة المتممة للفنة الشاملة في المنطق الحديث وأن أرسطو لم يفسح المجال أمام الحدود الفارغة لأنه لا يؤمن إلا بالحدود التي لها أعضاء في الواقع ، لذا فالفنون الفارغة في المنطق الحديث لا تكون هي الفنة المتممة للفنة الشاملة عند أرسطو .

ومن ناحية أخرى إذا كانت الفنة الشاملة في المنطق الحديث هي فنة كل شى في نطاق مجال الحديث وأنها تحتوى كل شى وكل فنة تكون متضمنة فيها ، لذا فالفنون الشاملة لا تكون متضمنة في أى فنة أخرى إنما الجنس عند أرسطو يحتويه جنس الأجناس وأن الفنة المتممة للجنس عند أرسطو تكون فنة أخرى تكون متضمنة أيضاً في جنس الأجناس

أهم المفاهيم القائمة على الفنة الشاملة

١ ≠ صفر . (٥)

١ - Lewis, and langford , op. Cit. P. 83

٢ - Schipper , and Schuh , op. Cit. P. 271

٣ - أرسطو ، الطوبيقا " ضمن كتاب منطق ارسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوى جـ ٢ ، مطبعة دار الكتب المصرية ، القاهرة ، ١٩٤٩ ، ص ٤٧٦ ."

٤ - أرسطو، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق ارسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوى جـ ٣ ، دار القلم ، لبنان . ١٩٨٠ ، ص ١٠٦١ ."

٥ - Ambrose , and Lazerowitz , op. Cit. P. 312.

يعنى أن الفنة الشاملة لا تكون خالية من الأعضاء إطلاقاً ، فهى لابد أن تحتوى على الأقل عضوين .

$$A = \text{صفر}^{(1)}$$

إن الفنة المتممة للفنة الشاملة هى الفنة الفارغة أى فنة لا شئ تكون متممة لفنة كل شيء

$$A \subset A \subset A^{(2)}$$

إذا كانت الفنة الشاملة هى الفنة التى تحتوى الفنات الفرعية ، ففي حالة أن الفنة الشاملة تكون متضمنة في الفنة أ يلزم عن ذلك أن الفنة أ فى هذه الحالة تعبر عن فنة شاملة .

$$A \subset A \subset A^{(3)}$$

وإذا كانت الفنة الشاملة تحتوى أى فنة والفنة المتممة لها ففي حالة أن الفنة المتممة أ تكون متضمنة في الفنة أ يلزم عن ذلك أن الفنة أ فى هذه الحالة تعبر عن فنة شاملة .

$$B \subset A \subset A \subset A^{(4)}$$

إذا كانت الفنة الشاملة تحتوى أى فنة والفنة المتممة لهذه الفنة ، ففي حالة أن الفنة ب تكون متضمنة في الفنة أ و الفنة المتممة ب تكون أيضاً متضمنة في الفنة أ يلزم عن ذلك أن الفنة أ فى هذه الحالة تعبر عن فنة شاملة .

$$(S) (S \in A)^{(5)}$$

كل فرد لابد أن يكون عضواً في الفنة الشاملة .

$$S \in A \subset S \in A^{(6)}$$

إذا كانت الفنة الشاملة هى فنة الفنات والأفراد معاً ، فإن كل عضو في الفنة الفرعية منها يكون عضواً فيها .

1 - Ibid. P. 312

2 - Ibid. P. 317

3 - Ibid. P. 316

4 - Ibid. P. 316

5 - Leblang , op. Cit. P. 172

6 - Morse , op. Cit. P. 45

٢ - الفئة الفارغة The Null Class

إذا كان تحديد معنى الفئة يتم عن طريق دالة القضية بحيث كل عضو يحمل خصائص الفئة المراد تحديدها يحل محل المتغير في دالة القضية ، فعندما لا يوجد عضواً يحمل خصائص الفئة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية في هذه الحالة تكون الفئة ، المراد تحديدها فئة فارغة ، لذا فالفنات التي لا تحتوى على أعضاء تسمى فنات فارغة^(١) حيث يقول إيتون ، الفئة الفارغة هي فئة لا شئ Class of nothing أى فئة غير الموجود ولا نستطيع تحديدها عن طريق دالة القضية ،^(٢) فلو قلنا مثلاً "س عفريت" أو "س نسر" ،^(٣) هنا لا نجد أعضاء تحمل خصائص فئة العفريت أو أعضاء تحمل خصائص فئة النسر ، لذلك تكون فئة العفريت فئة فارغة وأيضاً فئة النسر فئة فارغة ، كذلك لو قلنا "س من سكان القمر" هذه الفئة غير موجودة أى ليس لها وجود واقعي .^(٤)

وترى سوزان لانجر ، أن الصعوبة التي تواجهه تصور الفئة الفارغة هي أن تصورنا للفئة يكون نابعاً من أنها تحتوى على الأقل عضو يحقق صدق دالة القضية ، فوجود تصور ليس له أعضاء في الواقع ونطلق عليه فئة ، هنا تنشأ الصعوبة التي تواجه الفئة الفارغة ، وهي أن كلمة فئة في الواقع لا بد أن تحتوى على الأقل عضو واحد ولكن أحياناً نجد فئة بلا أعضاء لهذه الفئة ولذلك تكون فئة بلا أعضاء وتسمى الفئة الفارغة .^(٥)

وعلى الرغم من الصعوبة التي تواجهنا في تصور الفئة الفارغة لكونها لا تحتوى على أعضاء إلا أنها تعد من النقاط الهامة التي أثرت في المتنطق الحديث ، فالفنات الفارغة في المتنطق تكون واحدة من النقاط المهمة لكن نذكر أننا نتعامل مع ماصدق الفنات.^(٦)

كما يؤكد بلاشى على أهمية الفئة الفارغة في المتنطق على أساس أن تصور الفئة والتعبير عنها بالرمز " صفر" يعد تجديداً لمنطق الفنات الأرسطي والذى قام على الفنات الوجودية ، حيث يقول ، " من الوجهة المنطقية ماذا يمكن تعنى رمز الصفر المميز لهذا

١ - J. D. Carney and R. K. Scheer , " Fundamentals of logic" , Macmillan publishing, co, INC , New York , 1980 , P. 242

٢ - Eaton , op. Cit. P. 421

٣ - Ambrose , and Lazerowitz , op. Cit. P. 229

٤ - Eaton , op. cit . P. 421

٥ - Langer , op. cit. P. 122

٦ - Lewis , and Langford , op. cit. P.28

الجبر ؟ يفسرها بول بأن الصفر يرمز للفنة الفارغة أو اللاشيء ، اللاشيء يرمز بذلك إلى الالا وجود ، وأن هذا التفسير يدخل تجديداً هاماً على منطق الفنات التقليدي " .^(١)

وبذلك تعد الفنة الفارغة من النقاط الهامة التي أثرت في تغيير مسار منطق الفنات وهى بذلك تعد تجديداً هاماً على منطق الفنات الأرسطي ، وأن التعبير عن الفنة الفارغة بالرمز " صفر " يعد الأساس الذى اعتمد عليه المناطقة المحدثون في معالجة منطق الفنات بصورة حديثة تتفق والمنهج الرياضي الذى أثر في العمليات الفكرية المنطقية.

ويرى رسل ، على الرغم من أننا نرمز للفنة الفارغة بالرمز " صفر " إلا أن معناه يختلف عن معنى الصفر في الحساب فالرمز " صفر " في المنطق يعبر عن أن الفنة التي لا تحتوى على أعضاء وأن الفنة الفارغة بإمكانها أن تنتج من اشتراك فنتين ما لم توجد أعضاء مشتركة بينهما ، فالفنات الفارغة هي بنحو ما سنسماها بالعدد غير المنطبق في الحساب فلا يمكن تفسيره بنفس المبادئ كغيره من الفنات وإذا شئنا أن نقدم تفسيراً يشبه ذلك في مكان آخر فيجب أن نستبدل Substitute بالفنات أشياء أخرى أكثر تعقيداً وفي الحالة التي نحن بصددها بعض الفنات المرتبطة بعلاقة مشتركة .^(٢)

وإذا كانت الفنات الفارغة هي الفنات الخالية من الأعضاء ، وأن كل فنة فارغة تحتوى على مفهوم مختلف عن الفنات الفارغة الأخرى ، فإن جميع الفنات الفارغة تعين بطريقة واحدة لأنهم جمياً لا يشتملون على أعضاء ،^(٣) ويؤكد هذا المعنى كل من لويس ولاجفورد بقولهما ، لوأخذنا فنة وحيد القرن وفنـة العـفـريـت نـجـدـ اختـلـافـاً فيـ المـفـهـومـ الاـنـ الفـنـةـ التـيـ تـصـدـقـ عـلـىـ وـحـيدـ القرـنـ هـيـ نـفـسـ الفـنـةـ التـيـ تـصـدـقـ عـلـىـ العـفـريـتـ .^(٤)

ويرى ريشنباخ ، إذا كانت الفنة الفارغة هي الفنة الخالية من الأعضاء فهى بذلك تكون متضمنة في كل فنة ، حيث يقول ، الفنة الفارغة تكون متضمنة في كل فنة ،^(٥) بالإضافة إلى أن يكون بين كل فنتين فارغتين تضمن متبادل ،^(٦) بمعنى كون كل الفنات

١ - بلاشى ، المرجع السابق ، ص ٣٧١ .

٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٣٥ .

٣ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 229

٤ - Lewis , and Langford , op. cit. P. 28

٥ - Reichenbach , op. cit. P. 198

٦ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 230

الفارغة خالية من الأعضاء فالتضمن القائم بينهم يكون تضمناً متبادلاً أى تضمن قائم على الهوية لعدم وجود فئة أكبر من فئة أخرى في عدد الأعضاء .

ومن ناحية أخرى يرى كلٌ من أمبروز وليزرويتز ، أن الفئة الفارغة لكونها لا تحتوى على أعضاء فإنها تكون فئة فريدة ، وذلك بقولهما ، الفئة الفارغة فئة فريدة بمعنى ليس هناك أكثر من فئة فارغة واحدة ، لأننا نتعامل مع ماصدق الفئات ، لذلك فئة اللاشى تكون فئة فريدة ،^(١) لذا كون الفئات الفارغة كلها خالية من الأعضاء فتصورنا لفئة فارغة واحدة هو نفس تصورنا لعدة فئات فارغة ، وبمعنى آخر الفئة الفارغة فئة فريدة من ناحية التفكير فيها ولا توجد أكثر من فئة فارغة واحدة تدخل في مجال الحديث لأنهم جميعاً يشتملون على تصور واحد .

وبما أننا نفترض لكل فئة وجود فئة متممة لها بالنسبة لعالم مقال معين أو في داخل نطاق الفئة الشاملة ، فإن الفئة الشاملة ما هي إلا فئة وليس مستثناء من هذه القاعدة ، لذا فالفئة الفارغة هي متممة الفئة الشاملة ،^(٢) بالإضافة إلى أن الفئة الشاملة تكون فئة متممة للفئة الفارغة ، أى إذا كانت فئة لا شئ متممة لفئة كل شيء فإن فئة كل شيء تكون فئة متممة لفئة لا شيء .

والفئة الفارغة على اعتبار أنها خالية من الأعضاء فتكون فئة يتساوى فيها القول بالإيجاب والسلب كلاهما يكون صواب إن شئت وكلاهما يكون خطأ إن شئت فمثلاً كل ملوك فرنسا في القرن العشرين عمروا أكثر من مائة عام ، هنا نجد أن المثال السابق يعبر عن فئة فارغة بغير أعضاء ، فالإثبات والنفي فيها سواء .^(٣)

ونجد للفئة الفارغة تعريفاً عند كل من أمبروز وليزرويتز وهو على وجهين :

$1 + 1 = \text{صفر}$ ^(٤) أى إذا كانت الفئة الشاملة تحتوى أى فئة والفئة المتممة لها فإن متممة الفئة الناتجة عن مجموع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة المتممة لها تكون فئة فارغة .
 $1 \times 1 = \text{صفر}$ ^(٥) الفئة الفارغة لا تعبّر فقط عن لفظ خالي من الأعضاء ولكن في حالة إجراء عملية الضرب المنطقي **Logical Product** لأى فئة والفئة المتممة لها تكون الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي في هذه الحالة فئة فارغة .

١ - Ibid. P. 231

٢ - Copi , "Symbolic logic" . P. 335

٤ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P.230

٥ - Ibid. P. 231

٦ - د/ذكى نجيب محمود ، المرجع السابق ، ص ١١٤

ويقول بوشنسكي ، ان الفنة الفارغة هي فنة جميع س التي لا تكادا مع نفسها أى ليست لها موضوعات موجودة في الواقع أى $S \neq S$ ،^(١) فإذا كان س عضواً في الفنة الفارغة في حين أن الفنة الفارغة لا تحتوى على أعضاء فإن س لا يكون متكافراً مع نفسه لأنه لا يكون له وجود واقعي ، وبذلك لا يمثل شيئاً بالنسبة للفنة الفارغة .
ويمكن التعبير عن نفس المعنى بالصيغة التالية :

$$(S) (S \in S \Rightarrow S \neq S) .^{(2)}$$

فإذا كانت الفنة الفارغة خالية من الأعضاء والقول بأن س عضو فيها فإن س له وجود في الواقع وبذلك فإن العضو س لا يكون في هوية مع نفسه لعدم وجوده ، فكيف نحكم على شئ وهو غير موجود في الواقع أى كيف نقول أن العضو س يحمل خصائص وأنه في نفس الوقت ليس له وجود ، ويمكن التعبير عن الفنة الفارغة عن طريق دالة القضية ، صفر $\emptyset (S \sim \emptyset) \circ \emptyset (S) .^{(3)}$

وإذا كانت الفنة الفارغة هي فنة الملاشى فهذه الفنة لا تصدق على أشياء لها معنى وأن الأساس الذى قامت عليه فكرة القضية الكاذبة بانها تقوم على قول ليس له معنى أو غير صادق ، لذا تصور الفنة الفارغة هو نفس تصور القضية الكاذبة ، حيث يقول كل من جون ونيكل ، أن الفنة الفارغة تمثل في منطق القضايا القضية الكاذبة .⁽⁴⁾

وقد عبر كل من لويس ولانجفورد عن هذا المعنى بقولهما ، $Q = \text{صفر} \equiv \sim Q$
 $\sim Q \equiv Q = \text{صفر}$ ، ففى حالة أن $\sim Q$ أو Q تكون كاذبة يكون تكافؤ بين $Q = \text{صفر}^{(5)}$
 بمعنى عندما تكون القضية Q مساوية صفر هذا القول يتکافى مع القول بأن القضية Q كاذبة وعندما القضية $\sim Q$ تكون مكافئة للقضية Q هنا تكون Q مساوية للفنة الفارغة .

ونظراً لأهمية الفنة الفارغة في المنطق الحديث والذى كان له الأثر الفعال في المنطق فهل كان للفنة الفارغة في المنطق الأرسطى دور في بناء النسق المنطقي ؟ في الحقيقة أن أرسطو لم يفسح المجال أمام الفنة الفارغة لمشاركة في بناء نسقه المنطقي وعندما قام بتقسيم الحدود التى تعبر عن الفنات في المنطق الحديث لم يضع الفنة الفارغة

1 - Bochenski , " Aprecis of mathematical logic". P. 57

2 - Rosser , op. cit. P. 228

3 - Leblang , op. cit. P. 173

4 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 126

5 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 83

في اعتباره على الرغم من أن فكرة الفن الفارغة واضحة بالنسبة له لأنه أعطى لها مثلاً ، حيث يقول ، وذلك أنه لقائل أن يقول أن هذا المعنى هو لجبل من نحاس وأيضاً فإنه ليس تعرف الحدود أنه قد يمكن أن يوجد ما خبر به ولا أيضاً أن الحدود وهي لذلك الشيء الذي عبروا عنه لكنه مطلق دائمًا أن يقال لم هو ، فإن كان إذا الذي يحد بين بياناً ، إما هو ، وإما على ماذا يدل اسمه إن لم يكن أصلاً لما هو قد يكون حد قوله دلالة دلالة الاسم بعينها^(١).

ومن خلال هذا النص نجد أن تصور الفن الفارغة لدى أرسطو ليس له قيمة لأن أرسطو لا يعتقد إلا بالفنون التي لها أعضاء في الواقع ، فالفنون عند أرسطو لا بد أن يكون لها أعضاء ، والفنون عند أرسطو تكون مأخوذة من الأعضاء وأن الأعضاء هي التي تحدد الفنون وليس الفنون هي التي تحدد الأعضاء ، لأنه يقول الحد دلاته دلالة الاسم بعينها ، فلو قلنا جبل من نحاس ففي نظر أرسطو لا يعبر عن فنون وذلك لعدم وجود ما يصدق عليه من أعضاء في الواقع ، لذلك فإن أرسطو لم يفسح المجال للفنون الفارغة لأنه لا يعتقد بالفنون الخالية من الأعضاء ، والفنون التي تشارك في بناء النسق الأرسطي هي الفنون التي يكون لها أعضاء في الواقع ، وعلى ذلك فإن بناء النسق المنطقى الأرسطي قائم على الفنون الوجودية .

أهم المفاهيم القائمة على الفنون الفارغة

صفر = ١^(٢)

وهنا نجد مورس يقول بأن الفنون الفارغة تنتمي إلى الفنون الشاملة ، في الحقيقة نجد مورس قد أخطأ ، فعلى الرغم من أن الفنون الفارغة لا تحتوى على أعضاء إلا أننا نتعامل معها على أساس تصور الفنون ، لذلك تكون علاقة الفنون الفارغة بالفنون الشاملة علاقة تضمن Inclusion .

أ ≠ صفر .^(٣)

وكذلك نجد أيضاً كواين يعبر عن العلاقة بين الفنون أو الفنون الفارغة بأنها علاقة انتفاء في حين أن العلاقة بين فنون وفنون أخرى علاقة تضمن ، لذا فالفنون لا تكون متضمنة في الفنون الفارغة إلا إذا كانت الفنون فنون خالية من الأعضاء .

١ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ ٢ ، ص ٤٢٤ ،

٢ - Morse , op. cit. P. 45

٣ - Quine " Set theory and its logic " P. 335

$$(س) (س \in صفر = س \neq س) \quad (١)$$

إذا كانت الفئة الفارغة خالية من الأعضاء ، فالقول بأن س يكون عضواً فيها في أن العضو س لا يكون في هوية مع نفسه وذلك لعدم وجود العضو س من الأساس فكيف نحكم على شئ بأنه في هوية مع نفسه في حين أنه غير موجود .

$$ق \equiv صفر = \sim ق \quad (٢)$$

إذا كان المعنى القائمة عليه القضية ق هو نفس المعنى القائمة عليه الفئة الفارغة ، فإن القضية ق تكون قضية كاذبة لأنها تقوم على قول ليس له معنى .

$$أب = صفر . \subset . أب = صفر \quad (٣)$$

إذا كان سلب السلب إيجاب ، فالنهاية ب تكون في هوية مع الفئة ب فالقول بأن الفئة أب تكون فئة فارغة يلزم عن ذلك بأن الفئة أب تكون فئة فارغة .

$$أب = صفر . أب = صفر \subset . أ = صفر \quad (٤)$$

إذا كانت الفئة أ تحتوى مجموع أعضاء الفئة أب وأعضاء الفئة أب ، ففى حالة أن الفئة أب تكون فئة فارغة وأن الفئة أب تكون أيضاً فارغة يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون فئة فارغة .

$$أ \subset صفر . \subset . أ = صفر \quad (٥)$$

نظراً لأن الفئة الفارغة خالية من الأعضاء ، ففي حالة القول بأن الفئة أ تكون متضمنة في الفئة الفارغة يلزم عن ذلك أن الفئة أ تكون فئة فارغة . ”

٣ - الفئة ذات العضو الواحد The unit class

تقول سوزان لانجر ، أن فكرة الفئة ذات العضو الواحد تبدو لأول وهلة أنها صعبة لأن معظمنا يشغل بتصور الفئة التي تتكون من مجموعة أعضاء يطلق عليها فئة ^(١) ، فالفئة في اللغة العاديه هي مجموعة من الأعضاء التي تحتوى بعض الخصائص

١ - Rosser , op. cit. P. 228

٢ - Lewis , and Langford , op. cit . P. 83

٣ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 318

٤ - Ibid. P. 318

٥ - Ibid. P. 316

٦ - Langer , op. cit. P. 119

المشتركة بين تلك الأعضاء ولكن أحياناً تتحدث عن فنة تحتوى عضواً واحداً فقط ،^(١) فوجود عضو واحد يحمل خصائص فريدة لا يحملها أى عضو من الأعضاء الأخرى ، فهذا العضو يعبر عن فنة تسمى الفنة ذات العضو الواحد .

ومعظم المناطقة الرياضيين قد عبروا عن هذه الفنة بالرمز { س } حيث يقول لبلانج ، يجب أن نقدم حقيقة إضافية لفكرة الفنة ذات العضو الواحد بواسطة الفنة ذات العضو الواحد س بالرمز { س } ،^(٢) في حين نجد أن المناطقة المحدثين عبروا عن الفنة ذات العضو الواحد بالرمز ف س ، حيث يقول كواين ، يرمز للفنة ذات العضو الواحد بالرمز " ف س " .^(٣)

فإذا كانت تحتوى على عضو واحد فقط إذن تكون فنة ذات عضو واحد ،^(٤) ويقول لبلانج أن الفنة { س } * تحتوى على الأقل عضواً وعلى الأكثر عضواً وبالضبط عضو ،^(٥) فكل فنة تحتوى على الأكثر وعلى الأقل عضواً واحد هذه الفنة تمثل فنة ذات عضو واحد وأن كل عضو ينتمي إلى الفنة ذات العضو الواحد يكون في هوية مع العضو الذي يمثل الفنة ذات العضو الواحد ، وبذلك يمكن التعبير عن ذلك المعنى بالصيغة التالية :

$$س \in \{ ص \} \equiv ص = س .^(٦)$$

ويقول ديمترييو ، الفنة التي تتكون من عضو واحد فقط يجب ألا تكون في هوية مع العضو الواحد ،^(٧) وهذا يعني أن الفنة ذات العضو الواحد لا تكون في هوية مع أي عضو ولكنها تكون في هوية مع العضو الذي يمثلها .

ويرى كواين أننا لابد أن نفرق بين الفنة ذات العضو الواحد وموضع العضو لأن الفنة ذات العضو الواحد تحتوى على عضو منفرد أى أنه يحمل خصائص فريدة لا يحملها

* ملحوظة : نستخدم في هذا البحث الرموز س ، ص ، ع ... الخ في التعبير عن الأعضاء التي تدرج تحت الفنة ونستخدم الرموز { س } ، { ص } ، { ع } ... الخ للتعبير عن الفئات ذات العضو الواحد كما نستخدم الرموز ا ، ب ، ج ... الخ للتعبير عن الفئات الكلية الموجبة .

1 - Basson , and , o'connor , op. cit. P. 149

2 - Leblang , op. cit. P. 175

3 - Quine , " mathematical logic," P. 137

4 - B . Russell. , " Logic and Knowledge " george Allen and unwin , ITD , London , 1967, P.95

5 - Leblang , op. cit. P. 176

6 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

7 - Dumitriu , " History of logic" vol , 4 . P. 102.

أى عضو آخر ، في حين أن موضوع العضو يكون عبارة عن أى عضو يحمل خصائص فنة معينة ويكون عضواً فيها أو أن العضو يشترك مع أعضاء آخرين في خصائص مشتركة في حين أن الفنة ذات العضو الواحد تحمل خصائص لا تتحملها أى فنة أخرى ، بمعنى يجب أن تميز بين موضوع العضو والفنية ذات العضو الواحد على أساس أن الفنة ذات العضو الواحد تحتوى على موضوع واحد منفرد .^(١)

ومن ناحية أخرى يجب أن تميز بين الأفراد والفنات ذات العضو الواحد ،^(٢) فالأفراد هم الأشياء التي لم يتم تحديدها عن طريق أى فنة ، أما الفنة ذات العضو الواحد هي الفنة التي تحتوى على عضو واحد فقط ، وتم تحديد معناه بأنه يحمل خصائص لا يحملها أى عضو آخر لذلك يمثل فنة ذات عضو واحد .

كما نجد اختلافاً واضحاً بين فكرة الفنة الفارغة وفكرة الفنة ذات العضو الواحد من واقع أن الفنة الفارغة لا يكون لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية ، فهى فنة غير وجودية في حين أن الفنة ذات العضو الواحد فنة وجودية وذلك لوجود عضو يتحقق صدق دالة القضية ، ومن ناحية أخرى الفنة الفارغة يتساوى فيها القول بالسلب والإيجاب في حين أن الفنة ذات العضو الواحد لا يتساوى فيها القول بالسلب والإيجاب ، لذا يقول كواين ، لابد أن تميز بين الفنة الفارغة والفنية ذات العضو الواحد ،^(٣)

وإذا كانت الفنة ذات العضو الواحد تحتوى عضواً واحداً فقط وأن الفنة الموجبة تحتوى على الأقل عضوين ، تكونها تحتوى على مجموعة من الأعضاء تشتراك في بعض الخصائص وكل عضو يحمل هذه الخصائص في حين أن الفنة ذات العضو الواحد تحتوى عضو واحد فقط وحمل خواص فريدة لا يحملها أى عضو آخر ، لذا يقول كواين ، يجب أن تميز بين الفنة الموجبة والفنية ذات العضو الواحد ، فالفنية الموجبة تحتوى على أعضاء كثيرة أما الفنة ذات العضو الواحد تحتوى على عضو واحد فقط .^(٤)

وأن الفنة ذات العضو الواحد على الرغم من إنها تحتوى خواص فريدة تتطابق على العضو الذى يمثلها ، إلا أن هذا العضو لا يكون Unique Properties

1 - Quine , " Mathematical logic " , P. 136

2 - Quine , " set theory and its logic " , P. 32

3 - Quine , " Methematical logic" P. 136

4 - Ibid. p. 136

مستقلاً كل الاستقلال عن الاعضاء الاخرى للفنة الموجبة لأنه يشترك في خصائص أساسية مع الاعضاء الأخرى وفي نفس الوقت ينفرد بخصائص لا يحملها أى عضو آخر ، فالفنـة ذات العـضـو الوـاحـد تكون فـنـة فـرـعـيـة ،^(١) من الفـنـة التـي يـشـتـرـكـ فـيـهـاـ العـضـوـ الـذـيـ يـمـثـلـ الفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الوـاحـدـ مـعـ اـعـضـاءـ هـذـهـ الفـنـةـ بـخـصـائـصـ اـسـاسـيـةـ .

فلو قلنا " س مؤلف كتاب قوانين الفكر " لفهم أن شخصاً انفرد بتأليف هذا الكتاب ،^(٢) وأن هذا الشخص الذي ألف كتاب قوانين الفكر يمثل فـنـة ذات عـضـوـ وـاحـدـ لأنـهـ انـفـرـدـ بـخـصـائـصـ مـعـيـنـةـ لـاـ يـحـمـلـهـاـ أـىـ شـخـصـ آـخـرـ وـفـيـ نـفـسـ الـوقـتـ أـنـ هـذـاـ الشـخـصـ يـكـونـ إـنسـانـاـ أـىـ يـشـتـرـكـ مـعـ اـعـضـاءـ التـيـ تـنـدـرـجـ تـحـتـ فـنـةـ إـلـيـسـانـ فـيـ خـصـائـصـ اـسـاسـيـةـ للإنسان وبذلك تكون الفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الوـاحـدـ فـيـ هـذـهـ الحـالـةـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ فـنـةـ إـلـيـسـانـ .

وتـوـجـدـ مشـكـلـةـ تـتـعـلـقـ بـالـفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الوـاحـدـ وـهـىـ عـنـدـمـاـ نـقـولـ طـهـ حـسـينـ فـهـذـاـ الشـخـصـ إـمـاـ يـعـالـجـ باـعـتـبـارـهـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ لـكـونـهـ عمـيدـ الأـدـبـ الـعـرـبـيـ أوـ يـعـالـجـ كـعـضـوـ مـنـ اـعـضـاءـ فـنـةـ إـلـيـسـانـ ،ـ حـيـثـ يـقـولـ أـلـكـسـنـدـرـ ،ـ لـوـقـلـنـاـ "ـ جـونـ سـمـيـثـ "ـ يـكـونـ إـنسـانـ مـمـكـنـ أـنـ يـعـالـجـ بـطـرـقـ مـخـتـلـفـ إـمـاـ يـكـونـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ Subclass Sـ لـفـنـةـ أـخـرـ مـوجـبـةـ "ـ وـإـذـاـ لـاحـظـنـاـ "ـ جـونـ سـمـيـثـ "ـ يـكـونـ اـسـمـاـ لـعـضـوـ فـيـ فـنـةـ النـاسـ اوـ يـعـالـجـ بـأـنـهـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ وـفـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ يـكـونـ جـونـ سـمـيـثـ مـتـضـمـنـاـ فـيـ فـنـةـ إـلـيـسـانـ بـالـطـبـعـ لـأـنـهـ يـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ ،ـ وـيمـكـنـ أـنـ يـكـونـ أـكـثـرـ مـنـ عـضـوـ وـاحـدـ وـلـكـنـ عـنـدـمـاـ نـتـحـدـثـ عـنـ جـونـ سـمـيـثـ نـتـحـدـثـ عـنـ بـعـضـ اـعـضـاءـ فـرـيـدـةـ .^(٣)

وـإـذـاـ كـانـ عـضـوـ سـ عـضـوـاـ فـيـ فـنـةـ أـ وـهـذـاـ عـضـوـ يـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ {ـ سـ}ـ فـهـذـهـ فـنـةـ تـكـونـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ فـنـةـ أـ وـإـذـاـ كـانـ عـضـوـ سـ لـاـ يـنـتـمـيـ إـلـىـ فـنـةـ أـ وـفـيـ نـفـسـ الـوقـتـ يـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ {ـ سـ}ـ فـهـذـهـ فـنـةـ لـاـ تـكـونـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ فـنـةـ أـ ،ـ يـقـولـ كـوبـيـ ،ـ لـكـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ تـكـونـ فـرـيـدـةـ وـكـلـ عـضـوـ يـكـونـ مـوـضـوعـاـ لـذـانـهـ ،ـ لـذـكـ نـقـرـ إـذـاـ كـانـ عـضـوـ سـ يـنـتـمـيـ إـلـىـ فـنـةـ أـ وـهـذـاـ يـعـنـيـ بـأـنـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ {ـ سـ}ـ تـحـتـوـيـ عـضـوـ سـ وـأـنـ فـنـةـ {ـ سـ}ـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ فـنـةـ أـ وـإـذـاـ كـانـ عـضـوـ سـ وـالـذـىـ يـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ لـاـ يـنـتـمـيـ إـلـىـ فـنـةـ أـ فـهـذـاـ يـعـنـيـ بـأـنـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ {ـ سـ}ـ تـحـتـوـيـ عـضـوـ سـ وـالـكـلـ مـسـتـبـعـدـ مـنـ فـنـةـ أـ .^(٤)

1 - Whitehead , and Russell , op. cit. P. 388

2 - langer, op. cit. P.121

3 - Alexander , op. cit. P. 166

4 - I. M. Copi , " Introduction to logic " Macmillan publishing co, Inc , New York , 1972 , P. 212

وإذا كانت الفنلة ذات العضو الواحد تنطوى على عضو يحمل خصائص فريدة فهى بذلك محددة الماصدق وأنها تحتاج لتحديد المفهوم ، فالفنلة ذات العضو الواحد إذا كانت محددة الماصدق فإنها تحتاج إلى تحديد مفهوم فريد أى أنها فنلة فريدة ، فعندما نقول ملوك إنجلترا الذين يملكون ست زوجات يكون عضواً واحداً وهو هنرى الثامن ،^(١) وهنا نجد أن وجود خصائص فريدة للفنلة المراد تحديدها هو الذى حدد العضو الذى يمثل هذه الفنلة .

وعلى ذلك إذا كان تحديد المفهوم هو الذى يحدد **R estrict** أعضاء الفنلة ذات العضو الواحد بأنها لا تحتوى على أكثر من عضو يلزم عن ذلك أن علاقة المفهوم والمماصدق بالنسبة لتحديد معنى الفنلة ذات العضو الواحد علاقة ثابتة وليس طردية .

ويرجع كوبى انتماء العضو الواحد س إلى الفنلة ذات العضو الواحد {س} إلى العلاقة القائمة بين الفنلتين التى تتكون منها القضية الكلية الموجبة كما يرجع عدم انتماء العضو س إلى الفنلة ذات العضو الواحد {س} إلى العلاقة القائمة بين الفنلتين التى تكونت منها القضية الكلية السالبة ، حيث يقول ، إن قولنا س يكون {س} هذا التعبير يتكافأ منطقياً مع القضية الكلية الموجبة كل أ هي ب كما نجد القضية المفردة المنطقية س لا تكون {س} وهذا التعبير يتكافأ مع القضية الكلية السالبة لا أ هي ب ،^(٢) وعلى ذلك يوجد تماثل بين القضية الكلية الموجبة التى تنشأ من علاقة فنلتين موجبتين والقضية المفردة الموجبة التى تنشأ عن علاقة بين فنلة ذات عضو واحد والعضو الذى يمثل هذه الفنلة وكذلك القضية المفردة السالبة والقضية الكلية السالبة .

ويقرر روسيير بأن الفنلة ذات العضو الواحد إذا كانت تحتوى عضواً يحمل خصائص فريدة وأن هذا العضو لا يكون مستقلأً كل الاستقلال عن الأعضاء الأخرى لاته يشترك مع الأعضاء الأخرى في خصائص معينة وينفرد بخاصية وهى التى جعلته يمثل فنلة ذات عضو واحد وأن ترتيب الفنلتات يقوم على نظرية الأنماط ، فإن الفنلة ذات العضو الواحد وذلك العضو يندرجان تحت نمط واحد .^(٣)

ويمكن التعبير عن الفنلة ذات العضو الواحد كما يلى :

$$(س ، ص) \in \{س\} = ص = س^{(٤)}$$

1 - Basson , and O'connor , op. cit. P. 149

2 - Copi , " Introduction to logic" , P. 212

3 - Rosser , op. cit. P. 250 .

4 - Ibid. P. 250

معنى إذا كانت الفئة {س} تحتوى على عضو واحد فقط **Only One Member** وأن ص عضو في الفئة {س} يلزم عن ذلك أن العضو ص يكون في هوية مع العضو س الممثل لهذه الفئة {س} .
 $(س، ص) ، \{س\} = \{ص\} = س = ص^{(1)}$

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد {س} في هوية مع الفئة ذات العضو الواحد {ص} فإن العضو س يكون في هوية مع العضو ص .
 $\{س، ص\} = \{س، ع\} = ص = ع^{(2)}$ إذا كان الفنتان {س} ، {ص} في هوية مع الفنتين {س} ، {ع} فإن العضو ص يكون في هوية مع العضو ع .
 وإذا كانت الفئة ذات العضو الواحد لها دور فعال في المنطق الحديث فهل هي من إبداع المناطقة المحدثين أم من إبداع المنطق الأرسطي، وإذا كانت من إبداع المنطق الأرسطي فما قيمتها في بناء النسق المنطقي الأرسطي؟

في الحقيقة ترجع فكرة الفئة ذات العضو الواحد إلى المنطق الأرسطي فقد عرفت عند أرسطو بالحد الجزئي وكانت نوعاً أساسياً من أنواع الحدود التي قام بتصنيفها أرسطو ، لذا يعد أرسطو الواضع الحقيقي لما عرف بالفئة ذات العضو الواحد .

وقد عرض لنا أرسطو تعريف الفئة ذات العضو الواحد من خلال التفرقة بين الحد الكلى والحد الجزئى ، حيث يقول "أعنى بقولى كلّا ما من شأنه أن يحمل على أكثر من واحد وأعنى بقولى جزئياً ما ليس بذلك من شأنه ومثال ذلك أن قولنا "إنسان" من المعانى الكلية وقولى "كالبياس" من المعانى الجزئية ."⁽³⁾

وهنا نجد من خلال النص السابق أن الحد الجزئى عند أرسطو يعبر عن فئة ذات عضو واحد فالحد الجزئى عند أرسطو يحتوى على عضو واحد يحمل خصائص فريدة لا يحملها أى عضو آخر ، حيث يقول ، الكلى يحمل على أكثر من واحد والجزئى ما ليس بذلك أى يحمل على واحد أو لا يحمل على أكثر من واحد .

وإذا كان الحد الجزئى يعد نوعاً أساسياً من أنواع الحدود فهل أفسح أرسطو له المجال للمشاركة في بناء نسقه المنطقي أم لا ؟ يقول لوكاشيفتش ، إن أرسطو لم يدخل في منطقه الحدود الجزئية وهو لا يطبق منطقه إلا على الحدود الكلية مثل إنسان أو حيوان

1 - Ibid. P. 250

2 - Quine , " Set theory and its logic " , P. 49

3 - أرسطو ، العبارة ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ١ ، دار القلم الكوريت ، وكالة المطبوعات ، ١٩٨٠ ، ص ١٠٥

بل أن هذه الحدود إنما تنتمي إلى مجال تطبيق النسق الأرسطي لا إلى النسق نفسه،^(١) لذا نجد أرسطو على الرغم من أنه اعتبر الحد الجزئي نوعاً أساسياً من أنواع الحدود إلا أنه في بنائه لنسبة المنطقى لم يفسح المجال للحدود الجزئية للمشاركة في بناء نسقه المنطقى.

وبالنظر في نظرية القياس والتي تعد تطبيقاً واضحاً لبناء النسق المنطقى الأرسطي نجد أرسطو أقام هذه النظرية على الحدود الكلية وأن الحدود الجزئية ليس لها مكان لدى أرسطو في بنائه لنسبة المنطقى المتمثل بصورة واضحة في نظرية القياس يقول لوكاشيفتش ، لم يلتفت أرسطو في بنائه لمنطقه إلى الحدود الجزئية ففي الفصول الأولى من التحليلات الأولى وهي الفصول التي تحتوى على عرضه المنهجى لنظريته القياسية لا يذكر تميزاً للحدود الكلية كما لاحظ الكسندر بحق أن نفس تعريف المقدمة الذي أعطاها أرسطو لا ينطبق إلا على الحدود الكلية ولا يصلح للجزئية .^(٢)

وهذا يعني أن بناء النسق الأرسطي نفسه يتطلب الحدود الكلية ولا يصلح أن يقوم على الحدود الجزئية ، لذا نجد أرسطو لا يرفض فكرة الفنة ذات العضو الواحد ولكن بناء المنطق الأرسطي نفسه لا يكون في حاجة إلى الفنة ذات العضو الواحد .

بالإضافة إلى أن أرسطو حدد العلاقة القائمة بين الحد الكلى والحد الجزئى بأنها علاقة تضمن طالما أن الحد الكلى يحتوى الحد الجزئى والحد الجزئى يمثل فنة فرعية من الحد الكلى ، يقول لوكاشيفتش ، نجد لأرسطو في التحليلات الأولى فصل شائق يقسم فيه أرسطو الأشياء فيقول من الأشياء ما لا يمكن أن يحمل حملاً صادقاً على أي شئٍ كان مثل كليون وكالبياس ولكن أشياء أخرى يمكن أن تحمل عليه مثل إنسان أو حيوان ،^(٣) وبذلك يكون حد إنسان وهو حد كلى يحتوى حد كليون أو حد كالبياس وأن الحدود الجزئية تمثل فنات فرعية بالنسبة للحدود الكلية .

وعلى ذلك إذا كانت الفنة ذات العضو الواحد لا تمثل أهمية في المنطق الأرسطى وخصوصاً في بناء النسق المنطقى الأرسطى، فإن أرسطو أقربها إلى نوع أساسى من أنواع الفنات وأنه وضع الأساس الأول لمفهومها وكذلك حدد العلاقة بينها وبين الفنة الكلية وهي علاقة التضمن .

١ - يان لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٨٥
٢ - نفس المرجع ، ص ١٧
٣ - نفس المرجع ، ص ١٨

أهم المظاهير القائمة على الفئة ذات العضو الواحد

إذا كان س عضواً في الفئة أ و أن س في نفس الوقت يمثل فئة ذات عضو واحد $\{S\}$ فالفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئة ذات العضو الواحد $\{S\}$ لا تكون فئة فارغة ، بل فئة ذات عضو واحد ، أي

$$S \in A \equiv \{S\} \cap A \neq \emptyset \quad (1)$$

$$(A) \{S\} \subseteq A \equiv \{S\} \subseteq A \quad (2)$$

إذا كانت الفئة الشاملة تحتوى جميع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة أ ، فإن أى عضو في الفئة الشاملة لابد أن يكون عضواً في الفئة أ أو عضواً في الفئة أ وفي حالة أن س لا يكون عضواً في الفئة أ فإنه يكون عضواً في الفئة أ و أن العضو س يمثل فئة ذات عضو واحد $\{S\}$ فإن الفئة $\{S\}$ تكون فئة فرعية من الفئة أ .

$$(A) \{S\} \subseteq A \equiv S \in A . \{S\} \subseteq A \quad (3)$$

إذا كانت كل فئة ، فئة فرعية من الفئة الشاملة ، ففى حالة أن س يكون عضواً في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد ينكافئاً بأن س يكون عضواً في الفئة الشاملة والفئة ذات العضو الواحد $\{S\}$ تكون متضمنة في الفئة الشاملة .

$$(S) S \in A \equiv S \in \{S\} \quad (4)$$

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تمثل فئة فرعية من الفئة الشاملة ففى حالة أن س يكون عضواً في الفئة الشاملة يكفى بأن س يكون عضواً في الفئة ذات العضو الواحد $\{S\}$ (س) $S \in \{S\} \equiv S \in A . S = S . \quad (5)$

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتوى عضواً واحداً فقط ، ففى حالة أن ص يكون عضواً في الفئة $\{S\}$ يكفى أن س الذى يمثل فئة ذات عضو واحد يكون عضواً في الفئة الشاملة وأن س يكون فى هوية مع ص .

$$(S) (S) S \in \{S\} \equiv S = S \equiv S \in A \quad (6)$$

1 - Quine , "Mathematical logic" , P. 189

2 - Ibid. P. 190

3 - Ibid. P. 190

4 - Ibid. P. 190

5 - Ibid. P. 190

6 - Ibid. P. 191

وفي حالة ص يكون عضواً في الفئة ذات العضو الواحد {س} هذا يكفي س يكون في هوية مع ص ويكافى أيضاً س يكون عضواً في الفئة الشاملة

$$(س) \{س\} \subseteq A. V. \{س\} \subseteq A^{(1)}$$

إذا كان كل عضو في الشاملة إما أنه عضو في الفئة أ أو إنه عضو في الفئة ب ففي حالة أن س يمثل فئة ذات عضو واحد ، فإن الفئة {س} إما أنها فئة فرعية من الفئة أ وإما أنها فئة فرعية من الفئة ب .

$$(ص) (س) ص ، ع \in \{س\}. \subseteq . ص = ع^{(2)}$$

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتوى عضو واحد فقط ، ففى حالة أن ص ، ع كليهما عضو في الفئة {س} يلزم عن ذلك أن ص يكون في هوية مع ع .

$$\{س\} = \{ص\} \equiv س = ص^{(3)}$$

وفي حالة أن الفئة {س} تكون في هوية مع الفئة {ص} يكفى بأن العضو س يكون في هوية مع العضو ص ، لأن س يمثل الفئة {س} و ص يمثل الفئة {ص} .

$$\{س\} \in A^{(4)}$$

على الرغم من أن هذه النظرية تقرر بأن الفئة ذات العضو الواحد {س} تنتوى إلى الفئة الشاملة إلا أن هذه النظرية فيها نوع من الخطأ حيث ان علاقة فئة بفئة هي علاقة تضمن وليس علاقة انتفاء لذلك تكون الفئة {س} متضمنة في الفئة الشاملة اى

$$\{س\} \subseteq A^{(5)}$$

$$س = \{س\} \neq صفر^{(6)}$$

إن الفئة ذات العضو الواحد {س} تكون في هوية مع العضو س الذي يمثلها ، ولا تكون الفئة ذات العضو الواحد فئة خالية من الأعضاء لأنها تحتوى على الأقل عضواً وعلى الأكثر عضواً .

$$س \in A. \subseteq . \{س\} \in A^{(7)}$$

1 - Ibid. P. 192

2 - Ibid. P. 192

3 - Quine , " set theory and its logic" , P. 334

4 - Ibid. P. 334

5 - Ibid. P. 336

6 - Morse , op. cit. P. 52

ومن خلال هذه النظرية نجد أن مورس وقع في نفس الخطأ الذي وقع فيه كواين في تحديد العلاقة بين الفنـة ذات العضـو الواحد والفنـة الشـاملـة بـأنـها عـلـاقـة اـنـتـمـاء فـي حين أنـالـعـلـاقـة بـيـنـالـفـنـة ذاتـالـعـضـوـالـواـحـدـوـاـيـ فـنـةـآخـرـىـ ماـعـداـالـفـنـةـالـفـارـغـةـ تكونـعـلـاقـةـ تـضـمـنـ وـيمـكـنـ تـصـحـيـحـ الـنـظـرـيـةـ السـابـقـةـ عـلـىـالـنـحـوـالتـالـىـ :

$$S \in C . S \subseteq S$$

$$S \in \{S\} \equiv S = S^{(1)}$$

وهـذـهـالـنـظـرـيـةـ تـقـرـرـ بـأـنـفـيـ حـالـةـ أـنـSـيـكـونـعـضـوـفـيـالـفـنـةـ {S}ـ يـكـافـيـ بـأـنـ العـضـوـSـيـكـونـفـيـهـوـيـةـ مـعـالـعـضـوـSـ .

٤ - الفـنـةـ المـتـمـمـةـ The Complement Class

إنـجـمـيعـالـفـنـاتـالـتـىـتـنـدـرـجـتـحـتـالـفـنـةـالـشـامـلـةـتـشـتـرـكـفـيـخـصـائـصـمـعـيـنـةـوـمـعـ ذلكـتـخـتـلـفـفـيـخـصـائـصـأـخـرـىـفـكـلـفـنـةـمـنـهـذـهـالـفـنـاتـتـحدـدـعـنـطـرـيقـخـاصـيـةـتـمـيـزـهـاـ عنـغـيـرـهـاـمـنـالـفـنـاتـأـخـرـىـولـكـلـفـنـةـلـهـافـنـةـأـخـرـىـمـتـمـمـةـلـهـاـوـتـكـونـنـفـيـهـاـ،ـيـقـولـ *Absence*ـ،ـلـتـعـيـيـنـكـلـفـنـةـتـوـجـدـفـنـةـمـتـمـمـةـلـهـاـتـعـيـنـعـنـطـرـيقـغـيـابـ الخـصـائـصـالـتـىـتـحـتـوـيـهـاـأـعـضـاءـالـفـنـةـالـأـوـلـىـ .⁽¹⁾

وـإـذـاـأـخـذـنـالـفـنـةـالـشـامـلـةـوـلـتـكـنـفـنـةـالـأـلـوـانـوـأـهـىـفـنـةـالـأـشـيـاءـالـحـمـراءـوـفـنـةـجـمـيعـ الـأـلـوـانـالـتـىـلـاـتـكـونـحـمـراءـتـسـمـىـمـتـمـمـةـلـفـنـةـالـأـشـيـاءـالـحـمـراءـ ،⁽²⁾ـفـالـفـنـىـلـلـفـنـةـأـسـوـفـ يـكـتبـأــوـهـذـاـيـمـثـلـالـأـشـيـاءـالـتـىـلـاـتـكـونـعـضـاءـفـيـالـفـنـةـAـ ،⁽³⁾ـوـكـوـنـالـفـنـةـالـشـامـلـةـ تـحـتـوـيـعـلـىـفـنـاتـفـرـعـيـةـوـأـنـكـلـفـنـةـلـهـافـنـةـأـخـرـىـمـتـمـمـةـلـهـاـ،ـفـمـجـمـوعـهـذـهـالـفـنـاتـ الـفـرـعـيـةـالـمـنـدـرـجـةـتـحـتـالـفـنـةـالـشـامـلـةـيـكـوـنـلـهـافـنـةـمـتـمـمـةـوـاحـدـةـ،ـفـلـوـقـلـاـنـاـأـنـالـفـنـاتـAـ،ـ Bـ،ـCــ فـنـاتـفـرـعـيـةـلـلـفـنـةـالـشـامـلـةـفـيـنـالـفـنـةـالـمـتـمـمـةـلـكـلـهـذـهـالـفـنـاتـهـىـالـفـنـةـAـBـCــ وـهـىـفـنـةـوـاحـدـةـمـتـمـمـةـلـمـجـمـوعـةـالـفـنـاتـفـرـعـيـةـلـلـفـنـةـالـشـامـلـةـوـأـنـهـذـهـالـفـنـةـالـمـتـمـمـةـ تـحـتـوـيـخـصـائـصـلـاـتـحـتـوـيـهـاـالـفـنـاتـAـ،ـBـ،ـCــ .

1 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

2 - Alexander, op. cit. P. 160

3 - Schipper , and Schuh , op. cit. P. 258

4 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 28

ويعبر جورج بول عن الفنة المتممة بقوله ، لكنى نعبر عن الفنة التى ليست سأى الفنة التى تحتوى على أفراد كل واحد منها هو " ليس س " فاننا نقول بأن الفنة " س " والفنية " لاس " يكونان العالم كله أى عالم المقال⁽¹⁾ وهذا يعنى أن مجموع الأعضاء التى تحتويها الفنة أ والأعضاء التى تحتويها الفنة المتممة أ هى نفس الأعضاء التى تحتويها الفنة الشاملة التى تحتوى الفنة أ والفنية أ .

ويقول ألكسندر ، أن الفنة أ تحتوى على جميع الأعضاء فى عالم المقال ما عدا الأعضاء التى تدرج تحت الفنة أ ،⁽²⁾ أى أن الفنة أ تحتوى على جميع الأعضاء التى تحتويها الفنة الشاملة ما عدا الأعضاء التى تحتويها الفنة أ .

والفنية أ تسمى متممة الفنة أ إذا كانت أ مثلاً فنة الأشياء الحمراء فإن الفنة أ هى فنة الأشياء التى ليست حمراء ،⁽³⁾ في نطاق الفنة الشاملة وهى فنة الألوان ، فالأعضاء التى تدرج تحت الفنة أ هى الموضوعات التى لا تكون فى الفنة أ .⁽⁴⁾ وكل فنة ، فنة واحدة فقط متممة لها ولا توجد لفنة معينة فنتين متممتين لأن نفي النفي إثبات ، فكل فنة تحتوى فقط على فنة واحدة متممة لها .⁽⁵⁾

وإذا كانت الفنة أ هى الفنة التى تعين عن طريق غياب الخصائص التى تحتويها الفنة أ والتى يلزم عنها عدم وجود أعضاء مشتركة بين الفنة أ والفنية أ ، لذا تكون العلاقة بين الفنة أ والفنية أ علاقه تناقض ، أي أن الفنة والفنية المتممة لها تكونان دائماً متناقضتين مثل إنسان ولا إنسان ، البريطانى واللابرطانى ، الأمير والعاصى ، الجندي والمدنى⁽⁶⁾ وكون الفنة أ والفنية أ متناقضتين فإن التناقض يكون داخل نطاق الفنة الشاملة التى تحتويهما ، فلو قلنا فنة الإحسان وفنة الالإنسان تكونان متناقضتين داخل الفنة الشاملة وهى فنة الحيوانات .

١ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٩ .

2 - Alexander , op. cit. P. 161

3 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 222

4 - Rosser , op. cit. P. 226

5 - Lewis, and Langford , op. cit. P. 32

6 - Basson , and O'connor , op. cit. P. 151

كما يرى جورج بول ، أن أعضاء الفنة المتممة A تحدد عن طريق أعضاء الفنة الشاملة مأخوذة منها أعضاء الفنة A ، حيث يقول ، عالم المقال هو الواحد الصحيح (١) ولذا فإن الفنة لا تتحدد بواسطة الرمز (١ - ١) وعلى ذلك فالرمز " ١ - ١ " فيما يتصل بموضوع معين **A certain Subject** فإنه يعني أن نختار أو نبحث من هذا الموضوع الأفراد أو الأعضاء التي يكون كل واحد منها متصفاً بكونه لا (٢)

و ليس فقط أن الفنة A متممة للفنة A ولكن الفنة A أيضاً تكون فنة متممة للفنة A ، أي أن الفنة A تكون فنة متممة للفنة A (٣) فإذا قلنا فنة الإنسان و فنة للإنسان نجد أن فنة الإنسان فنة متممة لفنة للإنسان وفي نفس الوقت فنة للإنسان تكون فنة متممة لفنة الإنسان في نطاق الفنة الشاملة وهي فنة الحيوانات .

و إذا كانت الفنة A هي الفنة النافية للفنة A والمكونة من الأشياء التي لا تنتمي إلى الفنة A أو تتعلق بها (٤) فإن الفنة A والفنية لها A تكونان في استبعاد **Exclusive** كلٍ متبادل ، (٥) **Mutual** أي لا توجد أعضاء مشتركة بين الفنة A والفنية A . والفنية A في هذه الحالة تكون فنة فارغة .

فالعضو الذي ينتمي إلى **Belong to** إحدى الفنتين لا ينتمي إلى الفنة الأخرى

أي ($s \in A \cdot C \cdot s \sim \in A$) (٦)

كما يستخدم السلب في تعريف الت تمام A للفنة A أو الفنة السالبة بمعنى أن الفنة A تتتألف من مجموعة أعضاء لتكن \emptyset s .

يمكن تكذيب الصيغة ($s \in A$) بالصيغة ($s \sim \in A$) ، (٧) فكل عضو يندرج تحت الفنة الشاملة إما أنه عضو في الفنة A وإما أنه عضو في الفنة A ، فإذا كان s عضواً في الفنة A ، لا يكون عضواً في الفنة A والعكس بالعكس .

١ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٩ .

2 - Schipper , and Schuh, op. cit. P. 258

٣ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٤٨ .

4 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 122

5 - Rosser, op. cit. P. 228 .

6 - Whitehead , and Russell , op. cit. P. 27

وإذا كان التقاء بين الفنـة أـ وفنـة أـ يتم داخـل نطاق الفـنة الشـاملـة فـهل الفـنة الشـاملـة لها فـنة أـخـرى مـتمـمة لـهـا ، تـقول سـوزـان لـانـجـر ، إذا كان لـكـل فـنة ، فـنة أـخـرى مـتمـمة لـهـا فـإن الفـنة الشـاملـة لا تكون مـسـتـنـاة مـن هـذـه القـاعـدة فـتـكون مـتمـمة الفـنة الشـاملـة هي الفـنة الفـارـغـة ، أي نـسـتـطـيع أـن نـعـين الفـنة الفـارـغـة عـن طـرـيق الفـنة الشـاملـة وـأن الفـنة الفـارـغـة وـالفنـة الشـاملـة كـل مـنـهـما تـكون فـنة مـتمـمة لـلـفـنة الأـخـرى ،^(١) وـهـذـا يـعـنـي أـن الفـنة الفـارـغـة تـكون فـنة مـتمـمة لـلـفـنة الشـاملـة وـفي نفس الـوقـت الفـنة الشـاملـة تـكون فـنة مـتمـمة لـلـفـنة الفـارـغـة ، وـيـؤـكـد هـذـا المـعـنى كـل مـن سـلوـبـسـكـى وـبـورـكـوسـكـى ، بـقولـهـمـا ، كـل مـنـهـمـا تـكون مـتمـمة لـلـفـنة الأـخـرى ،^(٢) ، أي صـفـر = ١ و ١ = (صـفـر) فالـفـنة الفـارـغـة تـكون فـى هـوـيـة مـع مـتمـمة الفـنة الشـاملـة وـالـفـنة الشـاملـة تـكون فـى هـوـيـة مـع مـتمـمة الفـنة الفـارـغـة .

وـإـذـا كـانـتـ الفـنة الشـاملـة تـحتـوى عـلـى أـكـثـرـ مـنـ فـنة فـرعـية فـإنـ الفـنـاتـ المـتمـمة تـقـسـمـ الفـنة الشـاملـة بـيـنـهـمـا إـلـىـ أـ ، أـ بـ ، بـ الخـ^(٣) مـعـ مـرـاعـاةـ أـنـ مـهـمـاـ تـعـدـدـ الفـنـاتـ الفـرعـيةـ المـحدـدةـ الـمـنـدـرـجـةـ تـحـتـ الفـنةـ الشـاملـةـ إـلـاـ أـنـ الفـنـاتـ المـتمـمةـ لـهـاـ فـنـةـ وـاحـدـةـ فـقـطـ ، وـهـىـ الـتـىـ تـحـتـوىـ جـمـيـعـ الـأـعـضـاءـ فـىـ الفـنةـ الشـاملـةـ مـاـ عـدـاـ الـأـعـضـاءـ الـتـىـ تـنـدـرـجـ تـحـتـ الفـنـاتـ المـحدـدةـ .

وـإـذـا كـانـ لـكـلـ فـنـةـ ، فـنـةـ أـخـرىـ مـتمـمةـ لـهـاـ وـأـنـ حـاـصـلـ عـلـىـ عـلـىـيـةـ الجـمـعـ تـنـتـجـ فـنـةـ ، فالـفـنةـ المـتمـمةـ لـلـفـنةـ (أـ +ـ بـ)ـ هـىـ الفـنةـ (أـ +ـ بـ)ـ وـتـشـتـمـلـ عـلـىـ كـلـ مـاـ لـيـسـ (أـ +ـ بـ)ـ تـكـافـىـ الفـنـةـ أـ بــ أـيـ الفـنـةـ (أـ +ـ بـ)ـ تـكـونـ فـىـ هـوـيـةـ مـعـ الفـنـةـ أـ بــ ،^(٤) فـإـذـاـ كـانـتـ أـ فـنـةـ الـكـلـابـ وـبـ فـنـةـ الـخـيـلـ ، فالـفـنةـ المـتمـمةـ لـلـفـنةـ النـاتـجـةـ عـنـ مـجـمـوـعـ فـنـةـ الـكـلـابـ وـفـنـةـ الـخـيـلـ هـىـ الفـنـةـ الـتـىـ تـحـتـوىـ عـلـىـ كـلـ مـاـ لـيـسـ بـكـلـبـ أوـ خـيـلـ فـىـ نـطـاقـ فـنـةـ الـحـيـوانـاتـ .

وـكـذـلـكـ إـذـاـ كـانـ حـاـصـلـ الضـرـبـ الـمـنـطـقـىـ يـنـتـجـ عـنـهـ فـنـةـ ، فالـفـنةـ المـتمـمةـ لـلـفـنةـ أـ بـ هـىـ الفـنـةـ (أـ بـ)ـ وـهـىـ تـسـاـوـىـ مـجـمـوـعـ الفـنـاتـ المـتمـمةـ الـمـكـوـنـةـ مـنـهـاـ أـيـ (أـ ×ـ بـ)ـ تـكـونـ

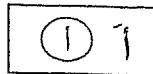
1 - Langer , op. cit. P. 144

2 - Słupecki , and Borkowski , op. cit. P. 163

3 - Langer , op. cit. P. 146

4 - Copi , " symbolic Logic " , P.335

فى هوية مع الفئة ($A + B$) ،^(١) فالفئة المتممة لفئة الكلاب والخيول معاً ($A + B$) هي الفئة التي تحتوى مجموع أعضاء كل ما ليس بكلب أو ما ليس بخيول فى نطاق فنة الحيوانات ، ويمكن التعبير عن الفئة المتممة عن طريق شكل فن على النحو التالى :



فالفئة A هي عبارة عن الدائرة داخل الفئة الشاملة فكل عضو فى الدائرة يندرج تحت الفئة A أو الفئة A تحتوى الأعضاء التي تندرج تحت الفئة الشاملة ولا تندرج تحت الفئة A .^(٢)

ويمكن تعريف الفئة المتممة أيضاً عن طريق دالة القضية :

$$\sim s \in S \equiv f(F(t))$$

$$\sim s \in A \equiv$$

$$s \in \sim A \equiv$$

ومعنى هذه التعبيرات القول من الخطأ s هو طبقاً للقول بأن s ليس عضواً في الفئة المحددة B طبقاً للقول بأن s ليس عضواً في A بطبقاً للقول أيضاً أن s عضواً في $\sim A$.^(٣)

ويمكن تعريف الفئة المتممة على النحو التالى :

$$A = \{s \sim \in A\} \text{ أو } S = \{s \sim \in \sim A\}^{(٤)}$$

إذا كانت الفئات في المنطق الحديث ما هي إلا الحدود الأرسطية ، وأن أرسطو قسم الحدود إلى حدة كلية وأخرى جزئية فهل نجد لديه ما عرف بالفئة المتممة في المنطق الحديث ؟ نعم أن الفئة المتممة عرفت عند أرسطو بالحد السالب ونفس معناها يمكن التماسه في المنطق الأرسطي، يقول أرسطو في ذلك ، الإيجاب فإنه الحكم بشيء على شيء والسلب هو الحكم بنفي شيء عن شيء .^(٥)

وعلى ذلك فالحد الموجب في نظر أرسطو هو إثبات لخصائص معينة لهذا الحد وأن الحد السالب هو نفي هذه الخصائص عن هذا الحد الموجب وبذلك يصبح الحد الموجب بعد

١ - Ibid. P. 335

٢ - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 165

٣ - د/ محمد مهران ، "مقدمة في المنطق الرمزي" ، ص ٢٤٩

٤ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P.222

٥ - أرسطو ، العبارة ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القيمية ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ١ ، ص ١٠٤

نفي الخصائص عنه حداً سالباً Negative Term مثل فئة الأشياء الحمراء تكون حداً موجباً وهذا يكون إثبات صفة أحمر للأشياء وعندما نقول ما ليس بأحمر هنا ننفي الخاصية التي اتصف بها الحد الموجب عن الأشياء وهي اللون الأحمر ، وبذلك أصبح الحد الموجب حداً سالباً بعد نفي الخصائص المحددة عنه ، أو بعبارة أخرى الحد السالب هو الحد الذي يعبر عن غياب الخصائص التي يحتويها الحد الموجب .

وارسطو يؤكد بأن الحد السالب أـ والحد الموجب أـ كل منهما متمم للأخر وليس فقط الحد السالب أـ هو المتمم للحد الموجب ولكن الحد الموجب يكون أيضاً متمماً للحد السالب ، " ويمكن أن يحكم على ما هو موجود بأنه ليس موجوداً وعلى ما ليس موجوداً بأنه موجود " .^(١)

كما نجد أرسطو حدد العلاقة بين الحد الموجب والحد السالب بأنها علاقة تناقض فكل عضو إما أنه عضو في الحد الموجب وإما أنه عضو في الحد السالب ، ولا يوجد عضو مشترك بين الحد الموجب والحد السالب في نفس الوقت ، فلكل إيجاب سلب قابله وكل سلب إيجاب قابله ،^(٢) فكل حد موجب لابد أن يكون له حد سالب وكل حد سالب لابد أن يكون له حد موجب .

وعلى ذلك فالفلسفة المتممة عند أرسطو تعين عن طريق غياب الخصائص التي تحتويها الفئة الموجبة وأن العلاقة بين الفئتين علاقة تناقض ، أي " كما أن الموجبة تقابل السالبة مثل ذلك قوله أنه جالس لقولك أنه ليس بجالس كذلك يتقابل أيضاً الأمران اللذان يقع عليهما كل واحد من القولين أعنى الجلوس لغير الجلوس " .^(٣)

بالإضافة إلى أن أرسطو يشترط بأن الفئة التي تحكم عليها بالسلب أو الإيجاب لابد من وجود أعضاء لها في الواقع الملموس ، فإننا لا نستطيع أن نؤكد صفة لشيء وهو غير موجود بالفعل ، فتأكيد صفة أو نفي صفة لشيء يكون بعد التأكد من وجوده في الواقع ، حيث يقول ، فإن سقراط صحيح مضاد لـ سقراط مريض لكنه ليس يجب ضرورة دائماً ولا في هذه أن يكون أحدهما صادقاً والآخر كاذباً إذن فإن سقراط إذا كان موجوداً كان أحدهما

- ١ - نفس المصدر والصفحة .
- ٢ - نفس المصدر والصفحة .
- ٣ - نفس المصدر صفحة ٦٥

صادقاً و الآخر كاذباً وإذا لم يكن موجوداً فهما جمِيعاً كاذبان وذلك متى لم يكن سقراط موجوداً البتة لم يكن صدقاً لأن سقراط مريض ولا أنه صحيح .^(١)

وبذلك إذا كان أرسسطو يشترط في الحد أن يكون له أعضاء موجودة في الواقع قبل الحكم عليه بأنه سالب أو موجب ، لذا فالفنية الفارغة في نظر أرسسطو لا تصلح أن تكون فننة متممة للفننة الشاملة لعدم احتواها على أعضاء في الواقع ، ولبيس معنى ذلك أن الفننة الشاملة التي عبر عنها أرسسطو بالجنس لا يكون لها فننة متممة ، ولكن كون أن الجنس يكون متضمناً في جنس الأجناس ، فإن الحد السالب للجنس يكون حداً مقيابلاً للجنس في داخل نطاق جنس الأجناس .

أهم المفاهيم القائمة على الفننة المتممة

$$A = A^{\circ}$$

هذه النظرية تقرر أن متممة الفننة A° تكون في هوية مع الفننة A .

$$A^{\circ} = A$$

وهذه النظرية تقرر بأن مجموع أعضاء الفننة A وأعضاء الفننة المتممة لها A° تستنفذ الفننة الشاملة ، فكل عضو في الفننة الشاملة إما أن يكون عضواً في الفننة A أو عضواً في الفننة A°

$$A \subset C \subset A^{\circ}$$

وهذا يعني كلما زاد عدد الفنات المحددة المندرجة تحت الفننة الشاملة كلما قل عدد الفنات المتممة لهذه الفنات المحددة .

٥ - الفننة المشتركة The common class

يقول جورج بول ، نفترض مقدماً أن الفرد الواحد يمكن أن يكون عضواً في أكثر من فننة طالما أنه يمكن أن يتصرف بأكثر من صفة تكون مشتركة بينه وبين أفراد آخرين^(٥)

١ - نفس المصدر "كتاب المقولات" ، ص ٦٨ .

2 - Copi , "symbolic logic" , P. 335.

3 - Langer , op. cit. P. 145

4 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 223

٥ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٤ .

وتقول سوزان لانجر ، وجود فنتين بينهما أعضاء مشتركة هذه الأعضاء المشتركة تمثل الفنة المشتركة ،^(١) وعلى ذلك فالأعضاء المشتركة بين فنتين أو أكثر تمثل فلة مشتركة طالما أن كل عضو من هذه الأعضاء يحمل خصائص الفنتين في نفس الوقت .

ويرمز للفنة المشتركة ، القائمة بين الفنة أ والفنـة ب بالرمز أ ب حيث يقول جورج بول ، أن الرمز (أ ب) يعبر عن كل الفنة التي تكون أعضاؤها أ ، ب في وقت واحد ، فإن الرمز ب (أ - ب) سوف يمثل الفنة التي يكون أعضاؤها أ ، ب في وقت واحد ، كما يمثل الرمز (أ - أ) كل الفنة التي يكون أعضاؤها هم لا أ ، لا ب في وقت واحد .^(٢)

فعندما نقول فنة الورود الحمراء " أ ب " نحن نتحدث عن الفنة المشتركة لفنة الورود أ وفنة الأشياء والحرماء ب أي الأعضاء التي تحمل خصائص كلٍ من فنة الورود (أ) وخصائص فنة الأشياء الحمراء (ب) في نفس الوقت .

ويقول تارسكي ، إن العمليات The Operations التي تتخذ إزاء فنات معينة فإنها تنتج لنا فنات جديدة ، فإذا كانت هناك فنتان هما أ ، ب استطاع الإنسان أن يكون منها فنة جديدة ويكون أعضاؤها هي فقط تلك الأعضاء التي تنتمي إلى الفنتين أ ، ب أي حاصل الضرب المنطقي The Logical Product يتمثل في فلة مشتركة بينهما أنها فلة تتتألف من الأعضاء المشتركة بين الفنتين في نفس الوقت ،^(٣) لذا فالفنـة المشتركة لا يقتصر تحديد معناها من خلال الأعضاء المشتركة بين فنتين أو أكثر ، فالفنـة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي تسمى الفنة المشتركة .

وترى سوزان لانجر ، أن الفنة المشتركة لا تكون بأى حال من الأحوال فلة فارغة ، وأننا لكي نطلق عليها اسم فنة مشتركة لابد من احتواها على الأقل عضو يحمل خصائص أكثر من فنة في نفس الوقت^(٤) ، وفي حالة احتواء الفنة المشتركة على عضو واحد نطلق عليها فنة مشتركة ذات عضو واحد .
ويمكن التعبير عن الفنة المشتركة أ ب كما يلى :

١ - Langer , op. cit . P. 148

* Reichenbach , op. cit. P. 195

٤ - Langer , op. cit. P. 138

* انظر أيضاً في ذلك

٢ - جورج بول ، المرجع السابق ، ص ١٥٩ .

٣ - الفريد تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١٥ .

$$A \in S \Leftrightarrow S \in A$$

بمعنى أن الفنة المشتركة $A \in S$ تكون عضواً في الفنة أو عضواً في الفنة B في نفس الوقت أي إذا كان S عضواً في الفنة A فإنه يكون عضواً في الفنة A أو عضواً في الفنة B في نفس الوقت.

فإذا قلنا فنة " الزهور الحمراء " فإننا نشير إلى فنة مشتركة بين فنة الزهور وفنة الأشياء الحمراء ،^(١) وبذلك تكون الفنة المشتركة هي عبارة عن تقاطع بين فنتين بحيث كل عضو ينتمي إلى الفنة الأولى ينتمي إلى الفنة الثانية ويحمل خصائص الفنتين في نفس الوقت .

والقول بأن أعضاء الفنة المشتركة تحتوى خصائص الفنات الناتجة عنهم ، يلزم عن ذلك أن عدد أعضاء هذه الفنة تكون أقل من عدد أعضاء أي فنة من الفنات الناتجة عنهم ، أي أن عدد الأعضاء الناتجة عن اشتراك فنتين والمكون للفنة المشتركة يكون أقل من عدد أعضاء كل واحدة على حدة ومن ثم فإن الفنة " $A \in B$ " تكون متضمنة في الفنتين A ، B معاً طالما أنها جزء من الفنة A وجزء من الفنة B في وقت واحد ، مثال ذلك لو كان لدينا عالم مقال يتكون من فنتين فنة الأدباء أو فنة الفلسفه بـ كانت الفنة " $A \in B$ " هي فنة الأدباء الفلسفه .^(٢)

وعلى ذلك نستطيع أن نقرر بأن الفنة المشتركة أصغر من الفنتين اللتين تشتراكان في تكوينها ، اللهم في بعض الحالات التي تتساوى مع أحد الفنتين ولكن من المؤكد أنها لن تكون أكثر منهما على الإطلاق والحالات التي تتساوى فيها الفنة المشتركة مع إحدى الفنتين الناتجة عنهما الحالة الأولى ، عندما تكون إحدى الفنتين الناتجة عنهما الفنة المشتركة فنة ذات عضو واحد ، فلو قلنا فنة " عميد الأدب العربي مثقف " هنا نجد أن الفنة الأولى تحتوى عضواً واحداً وهو طه حسين والفنية الثانية بـ تحتوى كل شخص مثقف والفنية المشتركة هنا تنطوي على عضو واحد وبذلك تكون الفنة المشتركة $A \in B$ في هذه الحالة مساوية للفنة A .

أما الحالة الثانية التي تتساوى فيها الفنة المشتركة لإحدى الفنتين الناتجة عنهما ، عندما تكون الفنة المشتركة ناتجة عن قضية كليلة موجبة أي كل أ هو بـ نجد أن الفنة A

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 223

2 - Reichenbach , op. cit. P. 195

٣ - د/ عزمي إسلام ، " أساس المنطق الرمزي " ، ص ٣٣ .

ب تكون مساوية للفنة أ فى هذه الحالة تكون متضمنة فى الفنة ب ، لذا تكون الفنة أ ب مساوية للفنة أ .

ويرتبط الحديث عن الفنة المشتركة بالحديث عن المفهوم والماصدق والمقصود بمفهوم فنة معينة هو ما تعنيه هذه الفنة ، فثمة قاعدة تقرر كلما زاد نطاق المفهوم اتساعاً ضاق وقل عدد أفراد الفنة والعكس بالعكس ، فإن فنة زهرة حمراء تحتوى خصائص أوسع من الخصائص التى تحتويها فنة زهرة والسبب هو إضافة الأشياء الحمراء إلى خصائص زهرة ، وبذلك فالأعضاء الذى تدرج تحت فنة زهرة حمراء تكون أقل من الأعضاء الذى تدرج تحت فنة الزهرة .^(١)

ويعلل ريشنباخ ، السبب فى زيادة المفهوم فى الفنة المشتركة فيرى أنه يرجع إلى الأداة واو العطف بين الالذتين تتكون منها الفنة المشتركة ، حيث يقول ، الحقيقة أن ما يقال عن زيادة فى المفهوم هو إضافة فنة ثانية أو خاصية باستخدام واو العطف ^(٢) بمعنى إذا كانت الفنة هى مجموعة من الأفراد التى تحتوى خصائص معينة وهذه الأفراد تكون أعضاء الفنة ^(٣) ، فإذا فضة فنة إلى فنة أخرى بـ اوـ العطف يزيد من اتساع المفهوم الخاص بالفنـة المشـترـكـة ، وبـذلك فـعملـيـة الضـرـبـ المنـطـقـى لـفـنـتـيـن تـزـيدـ من اتساعـ الخـصـائـص لـأنـ الفـنـة النـاتـجـة عـنـ حـاـصـلـ الضـرـبـ المنـطـقـى تـحـتـوىـ خـصـائـصـ الفـنـةـ الأولىـ وـ خـصـائـصـ الفـنـةـ الثـانـيـةـ ، مماـ يـؤـدـىـ ذـلـكـ إـلـىـ تـقـلـيلـ فـيـ عـدـدـ الـأـعـضـاءـ الـتـىـ تـنـدرـجـ تـحـتـ هـذـهـ الفـنـةـ .

وإذا كانت الفنة أ تعبـرـ عنـ غـيـابـ خـصـائـصـ الفـنـةـ أـ ، وـأـنـ الفـنـةـ أـ وـالفـنـةـ أـ مـتـاقـضـيـانـ لـعدـمـ وجـودـ أـعـضـاءـ مشـتـرـكـةـ بـيـنـهـمـ ، نـجـدـ إـيـتوـنـ يـقـولـ ، لـأـتـوـجـدـ أـعـضـاءـ مشـتـرـكـةـ بـيـنـ الفـنـةـ أـ وـالفـنـةـ أـ ، ^(٤) وـهـذـاـ يـعـنـىـ أـنـ إـجـرـاءـ عـلـيـهـ فـيـ عـلـىـ الفـنـةـ أـ وـالفـنـةـ أـ لـاـ يـنـتـجـ عـنـهـ فـنـةـ مشـتـرـكـةـ بـأـيـ حـالـ مـنـ الـأـحـوـالـ ، لـأـنـ الفـنـةـ المشـتـرـكـةـ لـأـتـوـجـدـ فـارـغـةـ .

1 - Reichenbach , op. cit. P. 195

2 - Ibid. P. 196

3 - Cohen, and Nagel , op. cit. P. 122

4 - Eaton , op. cit. P. 423

وكذلك إذا كانت الفنـة الفارـحة هـى الفـنة الـخالية من الأـعضاـء ، فـيـان الفـنة النـاتـجة عن عمـلـية الضـرب المنـطـقـى للفـنة الفـارـحة وأـى فـنة أـخـرى لا تـعبـر عن فـنة مشـترـكة لـعدـم وجود أـعـضاـء مشـترـكة بـيـنـهـما .

ويمـكـن التـعبـير عن الفـنة المشـترـكة عن طـرـيق التـكـافـف بـيـن دـوـال القـضـايا .

$$س \cdot ط \cdot س = س \equiv ف \cdot (ف \cdot ط) \cdot س = ف \cdot (ف \cdot ب)$$

$$\equiv س \equiv أ \cdot س = ب$$

$$\equiv س \equiv (أ \cdot ب) \quad (١)$$

وـالـآن إـذـا كان أـرسـطـو قـسـمـ الحـدـود وـالـتـى عـرـفـت بالـفـنـات فـى المـنـطـقـى المـحـدـودـى إـلـى حدـودـ كـلـيـة وـحدـودـ جـزـئـيـة ، فـهـل لـلـفـنة المشـترـكة جـذـورـ فـى المـنـطـقـى الأـرسـطـي؟ فـى الحـقـيقـة عـلـى الرـغـمـ مـنـ أـنـ أـرسـطـو لمـ يـضـعـ فـنةـ المشـترـكةـ كـنـوـعـ أـسـاسـيـ مـنـ أـنـوـاعـ الحـدـودـ ، إـلـاـ أـنـهـ أعـطـىـ تـصـوـرـاـ لـلـفـنةـ المشـترـكةـ مـنـ خـلـالـ عـرـضـهـ لـلـحـدـ المشـترـكـ ، حـيـثـ يـقـولـ "ـ حـدـ الاـشـتـراكـ هوـ أـنـ يـكـونـ الشـىـ يـقـبـلـ حـدـ مـشـارـكـةـ ، فـمـنـ أـنـوـاعـ تـشـارـكـ الـأـجـنـاسـ وـالـأـجـنـاسـ لـاـ تـشـارـكـ الـأـنـوـاعـ وـذـلـكـ أـنـ النـوـعـ يـقـبـلـ حـدـ الـجـنـسـ وـالـجـنـسـ لـاـ يـقـبـلـ حـدـ النـوـعـ "ـ ، (٢) وـمـنـ خـلـالـ النـصـ السـابـقـ نـجـدـ أـنـ النـوـعـ وـالـذـى يـمـثـلـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ بـالـنـسـبـةـ لـلـفـنـةـ الشـامـلـةـ يـعـبـرـ عـنـ فـنـةـ مشـترـكةـ لـأـنـ كـلـ عـضـوـ فـىـ النـوـعـ يـكـونـ عـضـوـاـ فـىـ الـجـنـسـ أـىـ كـلـ عـضـوـ يـحـمـلـ خـصـائـصـ النـوـعـ يـحـمـلـ خـصـائـصـ الـجـنـسـ فـىـ نـفـسـ الـوقـتـ .

كـمـاـ نـجـدـ أـنـ فـنـةـ المشـترـكةـ فـىـ نـظـرـ أـرسـطـوـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ فـىـ كـلـاـ فـنـتـيـنـ النـاتـجةـ عـنـهـماـ ، بـمـعـنىـ إـذـاـ كـانـ النـوـعـ يـمـثـلـ فـنـةـ مشـترـكةـ وـالـنـوـعـ يـكـونـ مـتـضـمـنـاـ فـىـ الـجـنـسـ ، يـلـزـمـ عـنـ ذـلـكـ أـنـ فـنـةـ المشـترـكةـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ فـىـ كـلـاـ فـنـتـيـنـ النـاتـجةـ عـنـهـماـ ، فـلـوـ قـلـناـ فـنـةـ الإـلـاـنـ (أـ)ـ وـفـنـةـ الـحـيـوانـ (بـ)ـ وـأـنـ فـنـةـ الإـلـاـنـ تـمـثـلـ النـوـعـ وـفـنـةـ الـحـيـوانـ تـمـثـلـ الـجـنـسـ ، فـبـنـ فـنـةـ المشـترـكةـ أـبـ فـىـ هـذـهـ الـحـالـةـ تـحـتـوىـ كـلـ عـضـوـ يـحـمـلـ خـصـائـصـ فـنـةـ الإـلـاـنـ وـخـصـائـصـ فـنـةـ الـحـيـوانـ فـىـ نـفـسـ الـوقـتـ ، أـىـ الـأـعـضاـءـ التـىـ تـحـتـويـهاـ فـنـةـ أـبـ هـىـ الـأـعـضاـءـ التـىـ تـحـتـويـهاـ فـنـةـ أـ ، وـبـذـلـكـ تـكـوـنـ فـنـةـ المشـترـكةـ فـىـ نـظـرـ أـرسـطـوـ لـيـضاـ مـساـوـيـةـ لـإـلـاـيـدـيـ الـفـنـتـيـنـ النـاتـجةـ عـنـهـماـ بـالـإـضـافـةـ إـلـىـ أـنـ تـصـوـرـ فـنـةـ المشـترـكةـ فـىـ نـظـرـ أـرسـطـوـ لـاـ يـقـتـصـرـ عـلـىـ عـلـاقـةـ النـوـعـ بـالـجـنـسـ وـإـنـماـ يـقـرـرـ بـاـنـ مـفـهـومـ فـنـةـ المشـترـكةـ يـظـهـرـ بـوـضـوحـ مـنـ خـلـالـ الـأـعـضاـءـ المشـترـكةـ بـيـنـ فـنـتـيـنـ ، طـالـمـاـ أـنـ كـلـ عـضـوـ مـنـ هـذـهـ الـأـعـضاـءـ يـحـمـلـ خـصـائـصـ الـفـنـتـيـنـ فـىـ نـفـسـ الـوقـتـ ، أـىـ "ـ لـأـنـهـ مـنـ الـاضـطـرـارـ أـنـ يـكـونـ المـشـارـكـ لـلـجـنـسـ

٢ - أـرسـطـوـ ، الطـوـبـيـقاـ صـمـنـ كـتـابـ مـنـطـقـ اـرسـطـوـ ، التـرـجـمـةـ الـعـرـبـيـةـ الـقـدـيمـةـ ، تـحـقـيقـ دـ/ـ عـبـدـ الرـحـمـنـ بـدـوـيـ ، جـ٢ـ ، صـ٥٥٤ـ .

مشاركاً لشئ من أنواعه وذلك أن الأشخاص قد تشارك الجنس والنوع ، مثال ذلك " إنسان ما " فإنه يشارك الإنسان ويشارك الحي " ،^(١) ومن خلال هذا النص نجد أرسطو يقرر بأن وجود أعضاء مشتركة بين فنتين هذه الأعضاء تمثل فئة مشتركة . وإذا كان أرسطو وضع لنا تصور الفئة المشتركة ، فما الاختلاف في مفهوم الفئة المشتركة في منطق أرسطو عنه في المنطق الحديث ؟

في الحقيقة أن الفئة المشتركة في المنطق الحديث تحتوى على الأقل عضواً أي تمثل فئة مشتركة ذات عضو واحد ، ونظراً لأن أرسطو أقام بناء نسقه المنطقي على الحدود الكلية ولم يفسح المجال أمام الحدود الجزئية في بنائه لنسقه المنطقي ، فإن الفئة المشتركة عند أرسطو لا تكون بأى حال من الأحوال فئة تحتوى على عضو واحد ، فالفئة المشتركة عند أرسطو لابد أن تحتوى عضوين على الأقل .

٦ - الفئة الوجودية Exist Class

الفئة يقال عليها أنها وجودية **Exist** إذا احتوت على عضو واحد على الأقل ،^(٢) بمعنى أن الفئة تكون وجودية إذا كان هناك عضواً واحداً ينتمي إلى تلك الفئة ونرمز إليها **أفة وجودية بـ " ف أ "**^(٣)

ويقول رسول أيضاً في ذلك ، نأخذ دالة القضية ونقرر أنها صادقة أحياناً ذلك يعطيك المعنى الأصيل لكلمة " وجود " وأنه توجد قيمة واحدة على الأقل للمتغير س بحيث تكون هذه الدالة صادقة ، خذ مثلاً " س إنسان " توجد على الأقل قيمة واحدة للمتغير س بحيث تكون هذه الدالة صادقة .^(٤)

وعلى ذلك نستطيع أن نقرر بأن الفئات إما أنها وجودية وإما أنها غير وجودية فالفنات الوجودية هي الفئات التي تحتوى كل منها على الأقل عضو وأن الفئات اللاوجودية هي التي تكون خالية من الأعضاء وأن تحديد معنى الفئة عن طريق دالة القضية أقرب الطرق للوصول إلى مفهوم الفئة الوجودية ، فالدالة القضية تحتوى متغيراً ، فإذا عوضنا عن المتغير بقيم تحمل خصائص الفئة المراد تحديده معناها تكون القضية الناتجة عن دالة

١ - نفس المصدر ، ص ٥٥٥

٢ - رسول ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ٥٦

3 - Whitehead , and Russell , op. cit. P. 29

4 - B. Russell , Logic and knowledge , George Allen and unwin , ITD , London , 1967 , P. 89

القضية في هذه الحالة صادقة وأن الفنة المراد تحديدها عن طريق دالة فنة وجودية ، أما إذا لم توجد قيم تحل محل المتغير في دالة القضية وتحول دالة القضية إلى قضية صادقة ، فإن الفنة المراد تحديدها في هذه الحالة تكون فنة فارغة أو فنة لا وجودية .

فلو نظرنا إلى الفنة الشاملة وهي الفنة التي تحتوى على جميع الأشياء الطبيعية أو الأحداث ، ^(١) أو هي الفنة التي تتسع لكل الفنات التي يمكن أن تندرج تحتها أو أنها تحتوى على كل الأشياء موضوع الحديث ، فهنا نجد أن الفنة الشاملة تحتوى على أكثر من فنة ولذلك إذا أردنا تحديد معنى الفنة الشاملة عن طريق دالة القضية نجد أكثر من عضو للفنة الشاملة يحقق صدق دالة القضية ويحولها إلى قضية صادقة وبذلك تكون الفنة الشاملة فنة وجودية .

وأيضاً بالنظر إلى الفنة ذات العضو الواحد ، والتي تحتوى على الأقل وعلى الأكثر عضواً واحداً فقط ، ^(٢) نجد أنها فنة وجودية لاحتوائها على عضو يحقق صدق دالة القضية ويحولها إلى قضية صادقة .

أما بالنسبة للفنة الفارغة وهي الفنة التي لا تحتوى على أعضاء تحقق صدق دالة القضية ، ^(٣) تكون فنة لا وجودية لعدم احتوايتها على أعضاء تتحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة .

وكذلك بالنظر إلى الفنة المتممة أـ وهي الفنة التي تحتوى على جميع الأعضاء التي لا تكون أعضاء في الفنة أـ ، ^(٤) فالفنـة أـ تسمى متممة للفـنة أـ إذا كانت أـ فـنة الأشياء الحمراء ، فإن أـ هي فـنة الأشياء غير الحمراء ، ^(٥) في داخل نطاق الفـنة الشـاملـة وهي فـنة الأـلوـان ، وإذا كانت الفـنة الشـاملـة فـنة وجودـية وأن الفـنة أـ تحتـوى على جميع الأـعـضـاءـ التي تنـدرجـ تحتـ الفـنةـ الشـاملـةـ ماـ عـدـاـ الأـعـضـاءـ التـيـ تنـدرجـ تحتـ الفـنةـ أـ ، لـذـاـ فالـفـنةـ أـ تكونـ فـنةـ وجودـيةـ لـاحـتوـانـهاـ عـلـىـ أـعـضـاءـ تـحـقـقـ صـدـقـ دـالـةـ القـضـيـةـ وـتـحـولـهاـ إـلـىـ قـضـيـةـ صـادـقـةـ .

1 - Reichenbach , op. cit. P. 196

2 - Langer , op. cit. P. 120

3 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 230

4 - Ibid. P. 222

5 - Bochenski , " Aprecis of Mathematical Logic " , P. 56

وكون كل فن لها فن أخرى متممة لها فإن الفن الشاملة غير مستثناء من هذه القاعدة ، فإن الفن المتممة للفن الشاملة هي الفن الفارغة ،^(١) وهنا نجد إذا كانت الفن المتممة لفن آخر داخل نطاق الفن الشاملة ففي هذه الحالة الفن المتممة تكون فن وجودية ، أما إذا كانت الفن متممة لفن شاملة تكون في هذه الحالة الفن المتممة فن غير وجودية .

أما بالنسبة للفن المشتركة ، وهى إذا وجد فنتين أ ، ب بينهما أعضاء مشتركة هذه الأعضاء المشتركة تمثل الفن المشتركة ،^(٢) والفن المشتركة لابد أن تحتوى على الأقل عضوا واحدا ،^(٣) لذا تكون الفن المشتركة بهذا المعنى فن وجودية لا حتوانها على الأقل عضو يحقق صدق دالة القضية و يحوالها إلى قضية صادقة و إذا كانت الفنات إما إنها فنات وجودية و إما فنات غير وجودية و المنطق الأرسطي كله ما هو إلا منطق فنات ، فما قيمة الفن الوجودية في المنطق الأرسطي ؟ في الحقيقة إن بناء النسق المنطقي الأرسطي قائم على الفنات الوجودية و أن أرسطو لم يفسح المجال للفنات اللاح وجودية لمشاركة في بناء نسقه المنطقي اعتقادا منه بان اللفظ لكي نطلق عليه فن لابد من وجود أعضاء له في الواقع ، و غير ذلك لا يعبر عن فن .

1 - langer, op.cit. p. 144

2 - Ibid. P. 148

3 - Ambrose , and Lazerowitz . op. cit. P. 224

الفصل الثاني

أرسطو ومنطق الفنات

نناوش في هذا الفصل بالتحليل تحديد معنى الفنة عند أرسطو وإلى أي مدى يعد أرسطو الواضح الحقيقى لمنطق الفنات؟ وما الدور الذى لعبته نظرية الفنات فى بناء النسق المنطقى الأرسطي؟، وذلك من خلال دراسة للحدود الأرسطية ، والتقسيم والتصنيف وأيضاً نظرية القياس الأرسطية ، وأخيراً موقف المنطق الرواقى من المنطق الأرسطى بالنسبة لنظرية الفنات .

أولاً: الحدود The Terms

يرى لوكاشيفتش أن لفظ الفنة لم يعرف في المنطق الأرسطي وإنما نفس معناه كان متواجداً فيما عرف بالحدود ، وقسم أرسطو الحدود إلى حدود كليلة وحدود جزئية ، ولا يذكر كتاب التحليلات الأولى شيئاً عن الحدود ولا نجد تعريفاً للحدود الكلية والجزئية إلا في كتاب "العبارة" حيث يسمى الحد كلياً إذا كان من طبيعته أن يحمل على موضوعات كثيرة ^(١).

أ - الحدود الكلية والحدود الجزئية

يقول أرسطو أعني بقولي كلياً ما من شأنه أن يحمل على أكثر من واحد ، وأعني بقولي جزئياً ما ليس ذلك ، مثال ذلك أن قولنا "إنسان" من المعاني الكلية وقولي "كاليس" من الجزئيات ، ^(٢) لذا يكون الحد الكلى عند أرسطو هو الحد الذي يحتوى على الأقل على عضوين ، فالحد الكلى هو الذي يحتوى على عدد من الوحدات. ^(٣)

وهذا المعنى العام هو ما نجد له تردد في المنطق عند المسلمين ، فالحد الكلى فيما يذكر الغزالى هو الحد الذي يقبل اشتراك أعضاؤه في الخصائص ، فإذا لم يوجد له هذا الحد أعضاء تشتراك في الخصائص فهذا الحد لا يعد كلياً ، فالكلى هو الذي لا يمنع نفس تصور معناه وقوع الشركة فيه ، فإذا امتنع بسبب خارج عن نفس مفهومه ومقتضى لفظه كقولك الفرس ، الشجرة ، ^(٤) هنا نجد أن لفظ الفرس يحتوى على أعضاء كثيرة وكل عضو من

١ - يان لوكاشيفتش ، نظرية القياس الأرسطية ، ص ١٦ .

٢ - أرسطو ، العبارة ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ج ١ ، ص ١٠٥

٣ - Eaton , "General logic" . P. 308

٤ - الإمام الغزالى ، معيار العلم ، تحقيق سليمان دنيا ، دار المعرف ، القاهرة ، ١٩٦١ ، ص ٧٣ .

هذه الأعضاء يشترك مع الأعضاء الأخرى التي تدرج تحت هذا اللفظ في الخصائص التي يحتويها لفظ الفرس .

ونفس هذا المعنى يتعدد في كتب المنطق في الحد الكلي كما يقول جيفونز ، يحتوي على الأقل عضوين ولا يحتوي بأي حال من الأحوال على عضو واحد ، فهو ما يشمل كثيراً من نوعه مثل حscaran أو الدينار ، والحد الكلي ليس من الضروري أن يشمل كثير من النوع بل يشمل شيئاً أو ثلاثة فما زاد عن الواحد .^(١)

كما ترى سوزان لانجر ، الحد الكلي عبارة عن لفظ واحد يحتوي على مجموعة من الأعضاء وهذه الأعضاء تشتراك في خصائص معينة وهذه الخصائص لا تحتويها أي مجموعة أخرى من الأعضاء وكل مجموعة أعضاء هي التي تحدد التصور The Conception الذي يطلق عليه حداً كلياً ، فالكلي يأتي من خلال مجموعة من الأعضاء تشتراك في خصائص معينة .^(٢)

وهذا ما يؤكده كارناب حيث يقتضي الحد الكلي عنده ، وجود مجموعة من الأفراد تشتراك في خصائص معينة ، وإن أي فرد من مجموعة الأفراد لابد أن يحتوي على هذه الخصائص التي تحتويها مجموعة الأفراد ، والأفراد المشتركة في خصائص معينة تسمى حداً كلياً وكل فرد يحمل هذه الخصائص وكل لفظ يمثل فئة وكل فرد ينتمي إلى *Belong To* هذه الفئة .^(٣) وعلى ذلك نستطيع القول بأن الحد الكلي ما هو إلا فئة بمعناها المألوف ولا يمثل فئة فارغة ولا فئة ذات عضو واحد ، فالحد الكلي من الممكن أن يكون فئة فرعية لفئة أخرى أو فئة شاملة لفئات فرعية منها ، فلو قلنا "إنسان" هذا اللفظ يمثل حداً كلياً أي أنه فئة ويعبر عن فئة شاملة لأنه يحتوي على فئات فرعية Subclasses منه وهذه الفئات الفرعية إما إنها حدود كلية وإما إنها حدود جزئية ، وعلى ذلك فالحد الكلي هو عبارة عن لفظ يعبر عن فئة باشرها من الأفراد ويطلق على أفراد الفئة التي تشير إليها بنفس المعنى الذي يقال به على الفرد الآخر .^(٤)

ويرى لوكاشيفتش ، أنه على الرغم من أن أرسطو قسم الحدود إلى حدود كلية وحدود جزئية فقد غاب عن أرسطو أن غير الكلي من الحدود ليس بالضرورة جزئياً فقد

١ - استانلي جيفونز ، أصول المنطق ، ص ١٩ .

٢ - Langer , "An introduction to symbolic logic" . P. 122

٣ - Carnap , "Introduction to symbolic logic and its application" . P. 107

٤ - حسن عبد الحميد ، مقدمة في المنطق الصوري ، الجزء الأول ، مكتبة سعيد رافت ، القاهرة ١٩٨٠ ، ص ٧٤ .

* Cohen , and Nagel , " An introduction to logic and scientific method " . P. 122

* انظر أيضاً في ذلك

يكون فارغاً لا يدل على شئ موجود ،^(١) في الحقيقة أن تصور الفئة الفارغة لا يغيب عن تفكير أرسطو لأن أرسطو أشار إلى هذه الفئة بمثال ، حيث قال " جبل من نحاس " والسبب الذي جعل أرسطو لم يضع الحد الفارغ أو الفئة الفارغة كنوع أساسى من أنواع الحدود هو أنه لا يعتقد إلا بالحدود التي لها أعضاء موجودة في الواقع في حين أن الفئة الفارغة ليست لها أعضاء^٢ في الواقع الملموس ، وبذلك يكون مفهوم الفئة الفارغة لا يتفق مع تفكير أرسطو ، ولم يغيب تصورها عن تفكيره كما يدعى لوكاشيفتش .

فالفئة الفارغة هي فئة لا شئ أو فئة غير الموجود ،^(٣) فالحدود التي لا تحتوي على أعضاء تسمى حدوداً فارغة أو فئات فارغة ،^(٤) فإذا قلنا فئة " العفريت " لانجد لها أعضاء في الواقع حتى نستطيع الحكم عليها بأنها فئة أو ليست فئة Class Or Not Class لذلك يكون السبب الأساسي في إهمال أرسطو للفئة الفارغة هو التركيز في بناء نسقه المنطقي على الفئات التي تحتوي على أعضاء في الواقع .

وعلى الرغم من أن أرسطو قسم الحدود إلى كلية وجزئية إلا أنه فضل الكلي على الجزئي ، " أي ذلك أنه إن كان القول بأن الزاوية مساوية لقائمتين ليس هو بما هو متساوي الساقين ولكن بما هو مثلاً ، فالذى يعلم أنه متساوي الساقين علمه به أقل من الذي يعلم أنه مثلاً "^(٥) ، ويقول أيضاً " فالذى يعلم إذن كلياً هو بما هو به موجود أكثر علماً مما هو عالم به على طريق الجزئي ".^(٦)

ويرى الغزالى أن الحد الجزئي لا يقبل اشتراك الأعضاء في الخصائص التي ينفرد بها وهذه الخصائص التي يحتويها الحد الجزئي تنطبق فقط على عضو واحد فقط فالجزئي ما يمنع نفس معناه عن وقوع الشركة في مفهومه كقولك " زيد " " وهذه الشجرة " وهذا الفرس فإن التصور من لفظ " زيد " شخص معين لا يشاركه غيره في كونه مفهوماً من لفظ زيد ،^(٧) لذا فالحد الجزئي عبارة عن تصور يحتوي على خصائص فريدة Unique Properties وهذه الخصائص الفريدة لا يحتويها إلا عضو واحد معين .

١ - يان لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٦ .

2 - Eaton , op. cit. P. 421

3 - Carney , and Scheer , " Fundamentals of logic " . P. 242

٤ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ، ص ٣٨٦ .

٥ - نفس المصدر ، ص ٣٨٧ .

٦ - الغزالى ، معيار العلم ، ص ٧٣ .

فالحد الجزئي هو الذي يعين شخصاً أو شيئاً وهذا الشخص أو الشيء يحتوي خصائص لا يحتويها أي شخص أو شيء آخر ، والحد الجزئي كما يقول جيفونز هو ما يشير إلى شيء أو شخص معين كقولك ملك بريطانيا أو مكتبة المتحف البريطاني ، فإنه لامرأة فيه أن لبريطانيا ملك مفرد معين ومكتبة معينة واحدة .^(١)

وتقول سوزان لاجر في ذلك ، لو فانا " س مؤلف كتاب قوانين الفكر " لفهم ان شخصاً افرد بتأليف هذا الكتاب ،^(٢) وان مؤلف كتاب قوانين الفكر انفرد بتأليف هذا الكتاب وأنه لا يوجد شخص آخر اشتراك معه في هذه الخاصية ، لذلك يكون مؤلف كتاب قوانين الفكر يمثل حداً جزئياً .

فالحد الجزئي بهذا المعنى يشير إلى فرد أو موجود فريد ،^(٣) ويؤكد هذا المعنى أرسطو نفسه بقوله ، أعني بقولي جزئياً ما من شأنه أن يحمل على واحد ، مثال ذلك " كالياس " من الجزئيات .^(٤)

ويرى كل من وايتهيد ورسل ، إذا كان الحد الكلي يمثل فئة تحتوي على جميع الأعضاء التي تحمل خصائص مشتركة ويحتويها اللفظ فإن الحد الجزئي يمثل فئة ذات عضو واحد وتحتوي على عضو واحد فقط ويحمل خصائص فريدة ، فإذا كان الحد الكلي يعبر عن فئة تحتوي على جميع الأعضاء التي يصدق عليها اللفظ ، فإن الحد الجزئي يعبر أيضاً عن فئة ذات عضو واحد والفئة ذات العضو الواحد لا تحتوي إلا عضواً واحداً .^(٥)

فالحد الجزئي إذن هو فئة ذات عضو واحد ، والفئة ذات العضو الواحد كونها تحتوي على عضو واحد فهي بذلك محددة الماصدق بجانب أنها تحمل خصائص فريدة ، وأن العضو الذي يمثلها يحمل خصائص فريدة لا يحتويها أي عضو آخر مع أنه يشترك في بعض الخصائص مع أفراد آخرين ولكنه ينفرد بالبعض الآخر ، فالحد الجزئي أو الفئة ذات العضو الواحد إذا كان محدد الماصدق فإنه يحتاج إلى تحديد مفهوم فريد أي أنه فريد ،

١ - استثنائي جيفونز ، المرجع السابق ، ص ١٩ .
انظر أيضاً في ذلك

* A. Aikins , " Principles of logic " Henry Holt and company , New York , 1902. P. 61

2 - Langer , op. cit. P. 121

3 - Eaton , op. cit. P. 308

٤ - أرسطو ، العبارة ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ١ ، ص ١٠٥ .

5 - Whitehead , and Russell , " Principia Mathematica " . P. 388

* انظر أيضاً في ذلك ، د/ عزمي إسلام ، الاستدلال الصوري ، الجزء الثاني ، مكتبة سعيد رافت ، القاهرة ، ١٩٨١ ، ص ١٣ .

فعدما نقول " ملوك إنجلترا الذين يملكون ست زوجات " يكون عضواً واحداً وهو هنري الثامن ،^(١) وهنا نلاحظ أن هنري الثامن على الرغم من أنه يمثل فئة ذات عضو واحد لأنه انفرد بخاصية لا يحملها أي شخص آخر ، إلا أنه يشارك مع الأشخاص الآخرين في الخصائص الأساسية لكونه إنساناً .

ومن ناحية أخرى إذا كان الحد الكلي يعبر عن فئة تحتوي على جميع الأعضاء التي يصدق عليهم اللفظ والحد الجزئي يعبر عن فئة ذات عضو واحد ، تكون علاقة الحد الكلي بالحد الجزئي هي التضمن ، فإذا نظرنا إلى العلاقة بين نهر النيل ونهر نجد نهر النيل متضمن في نهر أي الحد الجزئي متضمن في الحد الكلي ، فالتضمن هو علاقة بين فنتين من الموجودات بحيث كل عضو في الفئة الأولى يكون عضواً في الفئة الثانية .

ويرى لوكاشيفتش ، على الرغم من أهمية الحدود الجزئية ليست في الحياة اليومية فقط بل في البحوث العلمية إلا أن أرسطو لم يفسح المجال أمام هذه الحدود لمشاركة في بناء النسق المنطقي ، فإن أكثر ما يعيق المنطق الأرسطي أنه لم يفسح مكاناً للحدود الجزئية .^(٢)

ويرجع السبب في رأيه إلى رأي شائع بين الفلاسفة يقول إن أرسطو قام ببناء نسقه المنطقي متاثراً بفلسفة أفلاطون فقد كان أفلاطون هو الذي اعتقد أن موضوع المعرفة الحق ينبغي أن يكون ثابتاً وقبلاً للتعریف الدقيق أي كلياً .^(٣)

وعلى الرغم من الرأي الشائع بين الفلاسفة بأن أرسطو تأثر بفلسفة أفلاطون إلا أن أرسطو في بنائه لنسقه المنطقي لم يكن متاثراً بفلسفة أفلاطون ، ويؤكد هذا المعنى بلاشيء لأنه يرى أن النسق المنطقي الأرسطي نفسه يتطلب الحدود الكلية وليس في حاجة إلى الحدود الجزئية فارسطو من خلال نظرية القياس اعتمد على الحدود الكلية لأن كل حد في القياس لابد أن يصلح أن يكون موضوعاً ومحمولاً في نفس الوقت والحد الجزئي لكونه يحتوي على عضو واحد لا يصلح أن يكون محمولاً في قضية صادقة ، فالبحث في المنطق الأرسطي وخصوصاً في نظرية القياس ، نجد أن أرسطو في قياسه

١ - Basson , and O'connor , " Introduction to symbolic logic " . P. 149

٢ - يان لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٩
٣ - نفس المرجع و الصفحة .

يترك جانبًا للجزئيات وأن سبب عدم إدراج الجزئيات في القياس أن عمليات القياس إذ تستلزم إمكان تحول المقدمة أي التبادل بين الموضوع والمحمول إنما نفترض أن الاثنين موتلفان .^(١)

وعلى الرغم من أن لوكاشيفتش أرجع السبب في إهمال أرسطو الحدود الجزئية في بناء نسقه المنطقي إلى الرأي الشائع بين الفلاسفة بأن أرسطو تأثر بفلسفة أفلاطون إلا أنها نجد لوكاشيفتش يقرر بأن السبب الحقيقي وراء إهمال أرسطو للحدود الجزئية هو أن النسق المنطقي الأرسطي نفسه يتطلب *Require* الحدود الكلية ، حيث يقول ، القياس الأرسطي كما تصوره أرسطو يتطلب حدوداً متجلسة من حيث صلاحيتها لأن تكون موضوعات *Subjects* ومحمولات *Predicates* في نفس الوقت^(٢)

ويبرر لوكاشيفتش موقفه هذا بأنه إذا كان القياس يتكون من ثلاثة قضايا وكل قضية تتكون من حدين فإن أرسطو استبعد في بناء نسقه المنطقي الحدود التي لا تصلح أن تكون محمولات وموضوعات في نفس الوقت في قضايا صادقة^(٣) ، وإذا كان القياس يستلزم حدوداً كلية لأن كل حد لابد أن يصلح أن يكون موضوعاً ومحمولاً في نفس الوقت ، فهذا هو ما يبدو أنه السبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية^(٤) ، ويرى لوكاشيفتش أن أرسطو نفسه يؤكد أن الحد الجزئي لا يصلح أن يكون محمولاً في قضية صادقة^(٥) .

وعلى الرغم من أن أرسطو أهمل الحدود الجزئية في بناء نسقه المنطقي فهذا لا يعد تقليلًا من أهمية الحدود الجزئية وإنما اعتبرها قسمًا أساسياً من أقسام الحدود وكان من الممكن أن يتجاهلها كما تجاهل الحدود الفارغة ولكن طالما النسق المنطقي نفسه يتطلب حدوداً كلية فهذا لا يعني إهمال للحدود الجزئية ولكن بطبيعة الحد الجزئي لا يصلح أن يشارك في بناء النسق المنطقي الأرسطي ، لأنه لا يصلح أن يكون محمولاً في قضية صادقة .

١ - روبيير بلانشي ، المنطق و تاريخه من أرسطو حتى رسول ، ص ٤٦

٢ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ٢٠

٣ - نفس المرجع ، ص ١٩

٤ - نفس المرجع ، ص ٢٠

٥ - نفس المرجع ، ص ١٩

* انظر أيضًا في ذلك ، روبيير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٦

ب - الحدود الموجبة والحدود السالبة

وتنقسم الحدود الكلية إلى نوعين : الأول منها يكون موجباً مثل الإغريقي ، أبيض موظف تكون حدوداً موجبة ، والنوع الثاني يكون سالباً مثل ليس أبيض ، ليس إغريقي ، ليس موظف ، تكون حدوداً سالبة ،^(١) Negative Terms والحد الموجب The Positive Term يعبر عن وجود صفة في الشئ أو امتلاكه لصفة من الصفات فكل حد يحتوي خصائص معينة وهذه الخصائص تكون مشتركة لجميع أعضاء الحد ولتعيين كل فئة توجد فئة متممة لها تعين عن طريق غياب الخصائص التي تحتويها أعضاء الفئة الأولى ،^(٢) وعلى ذلك فالحد السالب هو الحد الذي يعبر عن غياب الخصائص التي يحتويها الحد الموجب .

ويرى أرسطو ، كل حد إما أن يكون موجباً وإما أن يكون سالباً وكل فرد إما يكون عضواً في الحد الموجب وإما يكون عضواً في الحد السالب ولا يوجد فرد يكون عضواً في الحد الموجب والحد السالب في نفس الوقت .^(٣)

وإذا كان الأمر كذلك فما الحال بالنسبة للحدود الفارغة من زاوية السلب والإيجاب ، نظراً لأن أرسطو لا يعتقد بالحدود التي ليس لها أعضاء في الواقع ، لذا كان تقريره هذا صحيحاً ويتفق مع تفكيره في حين هذا القول لا يتفق مع تفكير المناطقة المحدثين ، لأن الفئة الفارغة لا تحتوي على أعضاء وبذلك فالسلب والإيجاب يصدق على الفئة الفارغة في نفس الوقت لعدم وجود أعضاء لها .

ويرى ولتون ، أن الخصائص التي يحملها أي حد لا يمكن أن يحملها الحد المتعارض معه ، بمعنى الخصائص التي يحتويها الحد الموجب لا يمكن أن يحتويها الحد السالب ، حيث نجد يقول ، أن جميع الحدود كل منها يحتوي على خصائص لا نستطيع أن نوجدها في الحدود المتعارضة معها والتعارض يمكن أن يعبر إما بالتناقض بواسطة التضاد أو بواسطة الحدود المتناقضية .^(٤)

1 - Aikins , op. cit. P. 71

2 - Alexander , „An introduction to logic. P. 160

3 - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ ٢ ، ص ٣٤٣

4 - Welton , “ A manual of logic ”. P. 64

بالنسبة للحد السالب الذي قلنا عنه أنه يعبر عن غياب صفة إيجابية فلا يوجد لفظ يكون بطبيعته حداً سالباً خالصاً والسبب في ذلك إن اللفظ الذي نصفه بأنه حد يجب أن يحتوي على صفة من الصفات من أجل أن يكون حداً أساساً فإذا أخذنا الحد الموجب "إنسان" وجدناه يعبر عن خصائص إيجابية هي التي تميز الإنسان عن غيره من الكائنات . فالحد السالب إذا كان يعبر عن غياب صفة فليس معناه أنه لا يحمل صفات ولكنه لابد أن يحمل صفات معينة لكي نقول عنه حد وفي نفس الوقت لا يحمل الصفات التي يحملها الحد الموجب المقابل له .

ويرى دي مور جان ، أن مجموع الأعضاء التي يحتويها الحد الموجب والحد السالب تكون في هوية مع الأعضاء التي تحتويها الفئة الشاملة التي تحتوي هذين الحدين ، وكل عضو يندرج تحت الفئة الشاملة إما أن يكون عضواً في الحد الموجب وإما عضواً في الحد السالب ، أي أن إذا أخذنا حدين متناقضين كإنسان ولا إنسان فمن الواضح أنهما يحصاران بينهما كل شيء ، فالفكرة الكلية للذكر والاثني هي عالم الحيوان ،^(١) ويؤكد الفارابي هذا المعنى حيث يقول ، إن مجموع الحد الموجب والحد السالب يشكل لفظة واحدة ،^(٢)

ويرى أكينز ، إن دي مورجان يعين الفئة الشاملة T من خلال الحد الموجب والحد السالب ، بمعنى إننا من خلال جمع أعضاء الحد الموجب وأعضاء الحد السالب نستطيع أن نعين الفئة الشاملة التي تحتوي هذين الحدين ، حيث يقول ، أن دي مورجان يعين الفئة الشاملة عن طريق الحد الموجب والحد السالب لأن كل شيء إما موجب وإما سالب ولو قلنا أن كل شيء إما يكون تقيلاً وإما خفيماً .^(٣)

كما يرى ولتون ، أنه لا توجد أعضاء مشتركة بين الحدين الموجب والساالب وأن مجموع أعضاء الحدين يستنفذ الفئة الشاملة التي تحتوي هذين الحدين حيث يقول ، الحدان المتناقضان يكونان من الضروري في استبعاد متبادل **M u t u a l E x c l u s i v e** و في نفس الوقت مجموعهما يستنفذ الفئة الشاملة .^(٤)

١ - De Morgan , op. cit. P. 52

٢ - أبو نصر الفارابي - كتاب في المنطق "الجبار" تحقيق محمد سليم سالم ، مطبعة دار الكتب ، القاهرة ، ١٩٧٦ ، ص ١١

٣ - Aikins , op. cit. P. 72

٤ - Welton , op. cit. P. 65

ويرى كلٌ من شبير وتشوه ، إذا كانت الحدود السالبة والموجبة هي حدود كلية وأن الحد الموجب يعبر عن وجود صفة للشئ في حين أن الحد السالب يعبر عن غياب هذه الصفة عن الشئ ، فإن الحد الموجب يمثل الفنة A والحد السالب يمثل الفنة A وهي الفنة المتممة للفنة A في داخل نطاق الفنة الشاملة التي تحتوي كلٌ من الفنة A والفنة A بقولهما ، الحد الكلي الموجب يمثل الفنة A والحد الكلي السالب يمثل الفنة A تكون متممة للفنة A وتتضمن كل شئ في عالم المقال الذي لا يكون في الفنة A بالإضافة أن الفنة A تكون متممة للفنة A وتحتوي كل شئ في عالم المقال Universe Of Discourse الذي لا يكون تحت الفنة A ، ^(١) ومن خلال هذا النص نلاحظ أنه ليست الفنة A هي الفنة المتممة للفنة A فقط ولكن الفنة A تكون أيضاً فنة متممة للفنة A .

كما نجد هذا المعنى عند ألكسندر حيث يرى بأنه إذا كان الحد الموجب يعبر عن الفنة A و الحد السالب يعبر عن الفنة A ، فإن الفنة A تحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفنة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تدرج تحت الفنة A ، فالفنـة A و الفـنة A يستنفذان الفـنة الشاملة بمعنى أن الفـنة A تحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفـنة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تدرج تحت الفـنة A ، ^(٢) فإذا كانت الفـنة الشاملة هي فـنة الألوان والفنـة A هي فـنة اللـون الأحـمر ، فالفنـة A تحتـوي على جميع الألوان ما عدا اللـون الأحـمر وهي الفـنة المتمـمة للفـنة A ، ^(٣) فـكل عـضـو يـنـتـمـي إـلـى الفـنة A لا يـنـتـمـي إـلـى الفـنة A فـي حين كـل عـضـو يـنـتـمـي إـلـى الفـنة الشـامـلة لـأـدـبـ أن يـكـون عـضـواً إـمـا فـي الفـنة A وـإـمـا فـي الفـنة A .

ويقول زجفارت إذا كان المنفى معنى فيجب أن لا يدل على نفي كل الأشياء ، ^(٤) فعندما نقول الحد السالب هذا يعني أنه حد سالب بالنسبة للحد الموجب الذي يحتوي على خصائص معينة ، فلو قلنا للإنسان يعبر عن حد سالب ولا يعني أنه يحتوي كل شئ في العالم ما عدا الأعضاء التي تدرج تحت فـنة الإنسـان ولكـنه يـحـتـوي كل شـئ فـي داخـل نـطـاق

١ - Schipper , and , Schuh , " A first course in modern logic " . P. 258

انظر أيضـاً فـي ذـلـك

* Bochenksi , " Aprecis of mathematical logic ,". P. 56

2 - Alexander , op. cit.P. 161

3 - Schipper , and Schuh , op. cit. P. 258

٤ - نـقـلاً عـن كـتـابـ الـدـكـتوـر / عـبد الرـحـمـن بـدوـي ، المرـجـعـ السـابـق ، صـ ٦٣ .

الفنة الشاملة التي تحتوي كلاً من فنة الإنسان وفنة الماء وهي فنة الحيوان ،
ما عدا الأعضاء التي تدرج تحت فنة الإنسان .

كما يقول أيضاً نحن لا نستطيع على الإطلاق أن نفك في الأبيض بدون أن نفك
في أبيض ، (١) أي لكي نضع تصوراً للحد السالب لابد أن يكون لدينا تصوراً مسبقاً عن
الحد الموجب حتى نستطيع أن نعيين الحد السالب أي إذا كان الحد السالب يعبر عن غياب
الخصائص التي يحتويها الحد الموجب فلكل نعيين الحد السالب لابد أن يكون لدينا معرفة
بالخصائص التي يحتويها الحد الموجب .

والحد السالب لا يمثل الفنة الفارغة في المنطق الحديث أو قد يكون بدوره فنة
ذات أعضاء ، فإذا كان الحد أزرق مثلاً ونرمز له بالرمز " أ " وهو الحد الموجب كان
" أ " وهو الحد السالب أي الازرق فهو يشير إلى فنة الأشياء غير الملونة باللون
الأزرق مثل الأشياء الصفراء والحمراء ... (٢) وبذلك فالحد السالب في المنطق الأرسطي
لا يعبر عن فنة فارغة في المنطق الحديث وإنما يعبر عن الفنة المتممة .

وإذا كانت الحدود الموجبة والحدود السالبة هي حدود كلية في رأي معظم
المناطق فهل نجد للحدود الجزئية حدوداً سالبة وحدوداً موجبة ، يرى جيفونز ، أن
الإيجاب والسلب لا يقتصر فقط على الحدود الكلية ولكن الحدود الجزئية أيضاً يكون لها
حدود موجبة وحدود سالبة ، فإن السلب والإيجاب لا ينطبق على الحدود الكلية فقط ولكن
قد يكون الحد الجزئي إيجاباً وسلباً ، فالإيجاب هو ما يدل على إثبات والسلب ما يدل على
نفي فكل كلمة في اللغة إما موجبة أو سالبة فقولك خطاب بريطاني أو غير بريطاني ،
ظريف يكتب أو لا يكتب . (٣)

فإذا كان السلب والإيجاب ينطبق على الحدود الجزئية مثل الحدود الكلية فما
الاختلاف بين الحدود الكلية والحدود الجزئية في السلب والإيجاب ؟ نجد في الحدود الكلية
لا يتشرط بأن يكون بين الحد الموجب والحد السالب تساوي في الأعضاء التي تدرج تحت
كل منهما ولكن بالنسبة للحدود الجزئية نجد الحد الموجب مساوي للحد السالب في

١ - نقلًا عن كتاب الدكتور / محمد على أبو ريان ، د / عبد المعطي ، المنطق الصوري ، دار المعرفة الجامعية ،
الإسكندرية ، ص ١٢٩ .

٢ - د / عزمي إسلام ، الاستدلال الصوري ، الجزء الأول ، مطبوعات الكويت ، ١٩٧٢ ، ص ١٤ .

٣ - استنلي جيفونز ، المرجع السابق ، ص ٢١ .

الأعضاء التي تدرج تحت كل منها لأن كل منها يحتوي على عضو واحد فقط ، فالقول هذا سقراط يكون حداً موجباً أو هذا ليس سقراط يكون حداً سالباً وكلما الحدين يحتويان عضواً واحداً فقط .

وهنا نستطيع أن نقرر بأن أرسطو هو المؤسس الأول لما عرف في المنطق الحديث بالفنة المتممة ومن خلال الحد الموجب والحد السالب استطعنا أن نحدد معنى الفنة الشاملة .

وكون كل عضو في الفنة أ يكون عضواً في الفنة الشاملة ، فإن الفنة أ تكون متضمنة في الفنة الشاملة وكذلك إذا كان كل عضو في الفنة أ يكون عضواً في الفنة الشاملة ، فالفنـة أ تكون متضمنة في الفنة الشاملة .

ج- الجنس والنوع

يرى أرسطو أن الجنس هو حد كلٍ يحتوي حدوداً كليلة تسمى أنواعاً Species وأن كل عضو يندرج تحت النوع يندرج تحت الجنس في نفس الوقت ، فالجنس هو المحمول على كثرين مختلفين بالنوع من طريق ما هو فإذا سئلنا عن الإنسان أن نقول أنه حيوان ، ^(١) بمعنى أن الإنسان حد كلٍ ويندرج تحت حد كلٍ آخر وهو الحيوان فالإنسان يحمل خصائص الحيوان مثله مثل الحدود الكلية التي تدرج تحت الحيوان مثل حد الكلاب والذي يحمل خصائص الحيوان أيضاً وكل حد يندرج تحت الجنس يحمل خصائص الجنس وفي نفس الوقت يحمل خاصية تميزه عن الحدود الكلية التي تدرج معه تحت الجنس .

والجنس كما يقول ابن سينا المقول على كثرين مختلفين بالأنواع ، ^(٢) وهذا يعني أن الجنس يحتوي على مجموعة كبيرة من الأعضاء وهذه المجموعة تنقسم إلى مجموعات صغيرة وكل مجموعة من هذه المجموعات الصغيرة تمثل حداً كلياً وهو النوع وكل مجموعة أعضاء من هذه المجموعات تحتوي خصائص تميزها عن المجموعات الأخرى وأن جميع الأنواع التي يحتويها الجنس تشارك في خصائص أساسية .

١- أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ، ص ٤٧٦ .

٢- نقالا عن كتاب الدكتور / حسن عبد الحميد ، المرجع السابق ، ص ١١١ .

ويرى أرسطو أن الجنس يحتوي على الأقل نوعين لأن الجنس لو كان يحتوي على نوع *Specy* واحد لكن الجنس نوعاً بمعنى أنه يحتوي على أعضاء وليس أنواع ، حيث يقول ، الجنس فليس إنما يحمل على نوع واحد ولكن على أنواع كثيرة .^(١)

والجنس فيما يري أكينز ، يعبر عن فئة تحتوي على فئات صغيرة و هذه الفئات تشتراك في خصائص أساسية و أن كل فئة من هذه الفئات تحمل خصائص معينة لا تحتويها الفئات الأخرى المندرجة معها تحت الجنس و الفئات الصغيرة تسمى أنواعا ، أي أن " الجنس اسم لفئة الموضوعات التي تقسم إلى فئات صغيرة و كل الفئات تسمى أنواعا " ^(٢) . وإذا كان الجنس يعبر عن فئة تحتوي على فئات صغيرة ، فإن كل عضو يندرج تحت الفئات الصغيرة أو الأنواع يندرج أيضاً تحت الجنس و أن كل عضو في الجنس لأبدان يندرج تحت نوع من هذه الأنواع ، التي يحتويها الجنس ، الحي فهي جنس قد يحمل على الإنسان و الفرس ، و الثور الذين يخالفون بعض بال النوع لا بالعدد فقط ، ^(٣) فجنس المربع و الدائرة و المثلث يكون السطح المستوي و جنس الماء و حمض الكبرتيك و أكسيد النتروجين يكون الكيمياء المركبة ، ^(٤) و بذلك يكون الجنس ما هو إلا فئة تحتوي على فئات أقل منها في الأعضاء هذه الفئات تشتراك في خصائص معينة و تختلف في بعض الخصائص التي تميزها عن غيرها من الفئات .

ويري ديميتريو ، أن الجنس واحد مهما تعددت الأنواع التي تدرج تحته و أن جميع الأنواع تشتراك في الجنس الذي يحتوينهم ، فلا يوجد جنس مشترك يقسم إلى أنواع و إنما نقرر بأن يوجد جنس واحد فقط لجميع أنواعه ، إذن كل أنواعه يشتركون ، في الجنس الكلي ، ^(٥) و يري سنجلاز ، أن أي فئة تقسم إلى فئات فرعية نطلق عليها جنسا و الفئات الفرعية نطلق عليها أنواعا ، و كل فئة إما أنها جنس و إما نوع ، حيث يقول ، الفئة التي تقسم إلى فئات فرعية *Sub Classes* تسمى جنسا و الفئات الفرعية تسمى أنواعاً ، لأي فئة إما جنس أو نوع و الفئات الفرعية تكون أنواعاً للجنس و الفئة الأوسع تسمى جنس ، ^(٦) و هنا نجد سنجلاز ، يقرر بأن الجنس يعبر عن فئة واسعة تحتوي الأنواع و أن النوع يعبر عن فئة فرعية تدرج تحت الجنس .

١ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ص ١٠٦١

٢ - Aikins, op. cit. P. 49

٣ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ص ١٠٦١

٤ - Eaton , op. cit p 276

٥ - Dumitriu, " History of logic, " vol., 1. p. 264

٦ - Sinclair, " The traditional formal logic " , p. 92

وهكذا نجد أن الجنس في المنطق الأرسطي يعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث ^(١) ، و هذا يعني أنه إذا كان الجنس يعبر عن الفئة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تحتويها الأنواع المندرجة تحته فهو بذلك يعبر عن الفئة الشاملة والتي تحتوي على جميع الأشياء ، ^(٢) أو هي فئة كل شيء في نطاق مجال الحديث .

فلو قلنا " الكلاب أليفة " يعني أن كل كلب أو كل عضو من أعضاء فئة الكلاب يمتاز بصفة معينة و هي كونه أليفا ، ولكن من الواضح أن هذه الصفة ليست مقصورة على الكلاب و حدتها لأن هناك فئة من الحيوانات أكبر في الما صدق من فئة الكلاب تحوز نفس هذه الصفة . ^(٣)

فهنا نجد فئة الكلاب تمثل النوع و هي فئة فرعية من فئة الياف و فئة الياف تمثل الجنس أو الفئة الشاملة التي تحتوي الفئة الفرعية و هي فئة الكلاب .

و إذا كان الجنس يعبر عن فئة شاملة في المنطق الحديث ، و أن لكل فئة ، فئة أخرى متممة لها فإن الفئة الشاملة لا تكون مستثنية من هذه القاعدة ، فتكون متممة الفئة الشاملة هي الفئة الفارغة أي نستطيع أن نعيين الفئة الفارغة عن طريق الفئة الشاملة و أن الفئة الفارغة و الفئة الشاملة كل منها متممة للأخرى ^(٤) .

و إذا كان لكل حد موجب لدى أرسطوله حد سالب ، فهل نجد لدى أرسطوله حد سالبا يقابل الجنس الذي يعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث ؟ في الحقيقة طالما أن أرسطول لا يؤمن بالفنات الفارغة فلا نستطيع أن نقول أن الحد الفارغ هو الذي يعبر عن الفئة المتممة للجنس عند أرسطول ، إنما نستطيع أن نقرر بأن إذا كان كل جنس يحويه جنس آخر حتى نصل إلى جنس الأجناس ، وهو الذي ليس فوقه جنس يعلوه ، ^(٥) فإن الحد الذي يقابل الجنس يكون داخل نطاق جنس والأجناس الذي يحوي الجنس أي الفئة المتممة للفئة الشاملة عند أرسطول لا تكون فئة فارغة ، بمعنى لو قلنا فئة الحيوانات و تمثل الجنس عند أرسطول و تعبر عن الفئة الشاملة في المنطق الحديث ، فالفئة المتممة لفئة الحيوانات تكون فئة اللاحيوانات في داخل نطاق الجنس الذي يعلو فئة الحيوانات و فئة اللاحيوانات و هي فئة

١ - Schipper, and Schuh, op. cit p. 271

٢ - Reichenbach, " Elements of symbolic logic " , p. 196

٣ - د / محمد مهران ، مقدمة في المنطق الرمزي ، ص ٢٦٠

٤ - Langer, op. Cit . p. 144

٥ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطول ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٣ ، ص ١٠٦٤

الكائنات الحية و هذه هي نقطة الاختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الحديث في تحديد العلاقة بين الفنة المتممة و الفنة الشاملة .

النوع

هو حد كلي يطلق على مجموعة من الأعضاء تشارك في خصائص واحدة مثل لفظ إنسان الذي يطلق على ملايين الناس لاشتراكهم في صفات أساسية واحدة ،^(١) وكل عضو يندرج تحت لفظ إنسان يحمل خصائص هذا اللفظ .

يقول أرسطو ، الأنواع و أن كانت تحمل علي كثيرين فأنها ليست تحمل علي كثirين مختلفين بال النوع ، بل كثirين مختلفين بالعدد ، فإن الإنسان اذن هو نوع قد يحمل علي سقراط وأفلاطون الذين ليسا يختلفان بال النوع ولكن بالعدد ،^(٢) و هنا نجد أن جميع الأعضاء التي تندرج تحت النوع تشارك في خصائص معينة و أن النوع يحتوي علي أفراد و ليس علي حدود

ويرى أرسطو أن النوع يكون مرتبًا تحت الجنس أي يحتوي أعضاء أقل من الأعضاء التي يحتويها الجنس و أنه يحمل خصائص الجنس ، فقد يقال نوع أيضًا للمرتب تحت الجنس كما اعتدنا أن نقول أن الإنسان نوع للحي ، إذن الحي جنس و يقول أن أبيض نوع للون و المثلث نوع للشكل كما يقول أن النوع مرتب تحت الجنس^(٣) .

ويرى دي مورجان ، إذا كان الجنس عبارة عن حد كلي يحتوي حدود كلية و أن النوع حد كلي يحتوي على أعضاء و أن النوع مرتب تحت الجنس و أن كل عضو في النوع يكون عضوا في الجنس ، فإن الجنس يحتوي النوع أو النوع يكون متضمنا في الجنس ، أي أن ، " الجنس يحوي النوع "^(٤) .

فإذا كان الجنس يعبر عن الفنة الشاملة و النوع يعبر عن الفنة الفرعية فإن العلاقة بين الجنس و النوع هي علاقة تضمن لأن التضمن علاقة بين الفنة و الفنة الفرعية منها ،^(٥) فالتضمن يقوم في حالة إذا كان كل عضو في الفنة الأولى عضوا في الفنة الثانية و أن كل عضو في الفنة الأولى يحمل خصائص الفنة الثانية بجانب خصائص الفنة الأولى .

١ - د / محمد مهران ، مدخل إلى المنطق الصوري ، دار الثقافة للنشر والتوزيع . القاهرة ١٩٨٩ م ، ص ١٠٠ .
٢ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د / عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ص ١٠٦١ .
٣ - نفس المصدر ، ص ١٠٦٣ .

٤ - De Morgan, op cit . p.267

٥ - Ambrose, and Lazerowitz, " Fundamentals of symbolic logic " . P. 225

إذا كان لدينا فئة الخراف ، وتحتوي فئة الخراف السوداء وفئة الخراف البيضاء فإن كل خروف أبيض يكون خروفاً وكل خروف أسود يكون خروفاً بمعنى إن كل عضو في فئة الخراف السوداء يكون عضواً في فئة الخراف ، لذا تكون فئة الخراف البيضاء فئة فرعية من فئة الخراف وأيضاً فئة الخراف السوداء تكون فئة فرعية من فئة الخراف ،^(١) وعلى ذلك نجد فئة الخراف تمثل فئة شاملة وفئة الخراف السوداء وفئة الخراف البيضاء كل منها تمثل فئة فرعية وتكون متضمنة في الفئة الشاملة .

فإذا رمزاً لفئة الخراف بالرمز ب وفئة الخراف السوداء بالرمز أ ، وكل عضو من عضو من أعضاء الفئة أ هو في الوقت نفسه عضواً من أعضاء الفئة ب في هذه الحالة يقال أن الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب ، وأن الفئة ب تشتمل على الفئة أ من حيث أن الفئة أ فئة فرعية منها^(٢) .

وإذا كان النوع يعبر عن الفئة الفرعية ، فهل مفهوم الفئة الفرعية في المنطق الحديث يتفق مع تفكير أرسطو ؟ في الحقيقة نقطة الاختلاف بين المنطق الأرسطي والمنطق الحديث في تحديد معنى الفئة الفرعية ، ففي المنطق الحديث لا يشترط أن تكون الفئة الفرعية معيرة عن حد كلي وإنما من الممكن أن نجد فئة فرعية ذات عضو واحد وذلك في حالة وجود عضو يحمل خصائص فريدة لا يحملها أي عضو آخر من الأعضاء التي تدرج معه تحت الفئة الشاملة ونطلق عليها في هذه الحالة فئة فرعية ذات عضو واحد يكون بأي حال من الأحوال فئة ذات عضو واحد أو حداً جزئياً وإنما حداً كلياً أو فئة تحتوي على الأقل عضوين لأن النوع عند أرسطو هو حد كلي وليس جزئياً .

و مع ذلك فالفئة الفرعية سواء كانت تحتوي على عضو واحد أم تحتوي أكثر من عضو فإنهَا تكون متضمنة في الفئة الشاملة .

ثانياً : التقسيم والتصنيف

التقسيم المنطقي ، فيما يقول ولتون ، الخاصية العامة للقسمة المنطقية أن القسمة المنطقية The Logical Division هي تحليل ما صدق الحد ، وأن الجنس الذي يقسم

1 - Langer , Op. Cit. P. 117

٢- تار斯基 ، مقدمة في المنطق ، ص ١١١

يسمى الكل المقسم إلى أنواع تحتوي أعضاء،^(١) و هذا يعني إذا كان الجنس حدا كلية يحتوى على حدود كلية تسمى أنواعا ففي حالة تقسيم الجنس إلى هذه الأنواع التي يحتويها الجنس هذه العملية تسمى القسمة المنطقية و يعبر سنجلاز ، عن هذا المعنى بقوله ، تقسيم الفنلة إلى فنات فرعية أو تقسيم الفنلة إلى مكوناتها و هي الفنات الفرعية تسمى بالقسمة المنطقية .^(٢)

فالقسمة المنطقية ما هي إلا عملية عقلية تقوم من خلالها بتقسيم الحدود الكلية إلى حدود كلية أيضا ، ولا تقوم القسمة المنطقية على الحدود الكلية التي تحتوي أعضاء ، فالحدود الكلية التي تصلح أن نجري عليها عملية القسمة المنطقية هي الحدود الكلية التي تحتوي على حدود كلية و أوضح مثال للفكرة المنطقية هو تقسيم الجنس إلى الأنواع التي يحتويها أو تقسيم الفنلة الشاملة إلى الفنات الفرعية التي تحتويها هذه الفنلة .^(٣)

و عملية القسمة المنطقية تقوم على أساس منطقي وهو التفرقة بين الخصائص التي تحتويها كل مجموعة أعضاء والتي نطلق عليها نوع عن الخصائص التي تحتويها الأنواع الأخرى المشتركة معه في الجنس المراد تقسيمه منطقيا ، ففي حالة تقسيم الجنس نحن نفك في الخاصية التي تحتويها بعض الأعضاء ولا تحتويها الأعضاء الأخرى وهذا يكون أساس التقسيم .^(٤)

ولعملية التقسيم المنطقي في رأي ولتون مراحل متعددة وكل مرحلة من هذه المراحل يختلف الأساس المنطقي الذي نقيم عليه عملية التقسيم عن المراحل السابقة ، فالجنس يمكن أن يقسم على أساس مختلف وملاحم Convenient إلى فنات فرعية ،^(٥) حتى نصل إلى الفنات التي تحتوي أعضاء ولا تحتوي فنات فرعية منها .

ولابد أن يكون كل عضو في الفنلة الشاملة التي تم إجراء عملية القسمة المنطقية عليها يكون عضوا في إحدى الفنات الفرعية الناتجة عن عملية القسمة المنطقية ، فالقسمة المنطقية يجب أن تكون مستنذنة .^(٦)

1 - Welton, Op. Cit. P 121

2 - Sinclair, Op . Cit. P 90

3 - L. Carroll , "Symbolic logic and the came of logic," pover publication , INC , New York , P. 61

4 - Welton , op. cit. P. 121

5 - Ibid. P. 121

6 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 242

* Eaton , op. cit. P. 83

* Sinclair , op. cit. P. 91

انظر أيضا في ذلك
وأيضا

وعلى الرغم من أن جميع الفنات الفرعية الناتجة عن عملية القسمة المنطقية للفنة الشاملة تكون متضمنة فيها ، إلا أن جميع الفنات الفرعية تكون في استبعاد متبادل Mutual Exclusive بحيث لا توجد أعضاء مشتركة بين فنتين أو أكثر ، فالفنات الفرعية بالنسبة لقسمة فنة يجب أن تكون في استبعاد متبادل .^(١)

والفنات التي تنتج عن عملية القسمة تكون قابلة لأن تقسم مرة أخرى إلى فنات فرعية ، وهذه الفنات الفرعية يمكن تقسيمها إلى فنات فرعية وهذه الفنات الفرعية يمكن تقسيمها إلى فنات فرعية أخرى ، وهكذا حتى نصل إلى الفنات التي تحتوي على أفراد وبالطبع في كل خطوة من التقسيم يجب أن نستخدم أساساً جديداً للتقسيم .^(٢)

وهنا نلاحظ ليست كل الفنات الفرعية تقبل التقسيم مرة أخرى ، بمعنى إذا كان ناتج القسمة المنطقية مثلاً ثلاثة فنات فرعية ، من المحتمل نجد فنة من هذه الفنات لا تقبل القسمة لاحتواها على أعضاء ، فتبقى على حالها ونجري عملية القسمة على الفنات التي تحتوي على فنات فرعية منها حتى نصل بكل فنة إلى الفنة التي تحتوي على أعضاء .

فالقول بأن هذا المثلث يمكن أن يقسم إلى متساوي الأضلاع ومتساوي الساقين وغير متوازي الأضلاع فالأساس المنطقي يكون علاقة الجوانب لكل منهم مع الآخر في الطول .^(٣) ويرى ولتون ، إذا كان التقسيم يقوم على الحدود الكلية التي تحتوي على كليات أخص منها ، فإليست كل الحدود الكلية تقبل التقسيم لاحتواها على أعضاء وإذا كان التقسيم المنطقي يقوم على الحدود الكلية فإن الحدود الجزئية لا نستطيع تقسيمها أي أن ، " التقسيم المنطقي هو تحليل الجنس إلى أنواعه وبالتالي إنه فقط يقوم على الحدود الكلية ، والحد الجنسي لا نستطيع تقسيمه " .^(٤)

والفنلة التي تقسم إلى فنات فرعية تسمى جنساً والفنات الفرعية تسمى أنواعاً ،^(٥) وإذا كان كل عضو من الفنلة الفرعية الناتجة عن التقسيم يكون عضواً من الفنلة التي إجري عليها عملية القسمة المنطقية ، فإن جميع الفنات الفرعية تكون متضمنة في الفنلة المقسمة .
تضمنا أصيلاً .

1 - Ibid. P. 91

2 - Welton , op. cit. P. 124

3 - Ibid. P. 121

4 - Ibid. P. 126

5 - Sincleir , op. Cit. P. 92

القسمة الثنائية Dichotomy Division

وهي تقسيم الجنس إلى حدين أحدهما يحتوي على صفة معينة والثاني لا يحتوي على هذه الصفة المعينة فعندما نقوم بتقسيم الجنس ، نقسمه على أساس أن يكون ناتج القسمة نوعاً ونفيه ، ويقول ولتون القسمة الثنائية هي تقسيم كل خطوة إلى حد موجب positive Term وحد سالب .^(١) وأوضح مثل ينطبق على القسمة الثنائية هو الذي ذكره أرسطو حيث يقول ، عندما نقسم الإنسان إما أن يكون "فان" أو "غير فان" وكل قول في هذه الحالة هو حد ،^(٢) فإذا كان لدينا فئة الحيوانات تقسم إلى فئتين متضادتين مثل فئة "القطط" وفئة "ما ليس قطة" ^(٣) ، وبذلك تكون القسمة الثنائية هي تقسيم الفئة الشاملة إلى فئة فرعية وفئة فرعية أخرى متممة لها في نطاق الفئة الشاملة مجال الحديث ، أي أن تقسيم الكل إلى ١، ١، ب، ب ... الخ تسمى القسمة الثنائية .^(٤)

ومن خلال عملية القسمة الثنائية نستطيع أن نعيّن الفئة المتممة Δ عن طريق الفئة Δ ، فالفئة Δ هي الفئة التي تعين عن طريق غياب الخصائص التي تحتويها الفئة Δ وتحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تدرج تحت الفئة Δ ، فمبدأ القسمة الثنائية يتميز بأنه يعيّن الفئة Δ ويمكن معرفة الفئة Δ عن طريق الفئة Δ .^(٥)

ويعبر ألكسندر عن ذلك فيقول بأننا بالقسمة الثنائية نحصل على قسمين يستنفذان القسمة في فئتين ويستبعد كل منهما الآخر ، ويصبح كل شئ أو لا أو تستمر القسمة إلى قسمين حتى نصل إلى الأنواع السفلية ، التي تحتوي على أفراد ، فمن الواضح أن الفئة Δ والفئة المتممة لها يستنفذان الفئة الشاملة ،^(٦) وهذا يعني أن كل عضو في الفئة الشاملة إما يكون عضواً في الفئة Δ وإما يكون عضواً في الفئة Δ .

١ - Welton , op. cit. P. 130
٢ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ، ص ٤٢٠

٣ - Basson , and O'connor , op. cit. P. 152

٤ - Langer , op. cit. P. 154

٥ - Ibid. P. 154

٦ - Alexander , op. cit. P. 161

وهذا يعني أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ والفئة أ الناتجتين عن عملية القسمة الثانية تكون في هوية مع الفئة الشاملة ، فالفئات المضادة الناتجة عن عملية القسمة الثانية مثل إنسان ولا إنسان تكون الفئة الشاملة ،^(١) أي جميع الأعضاء التي تدرج تحت فئة الإنسان والأعضاء التي تدرج تحت فئة الإنسان هي نفسها الأعضاء التي تدرج تحت الفئة الشاملة وهي فئة الحيوانات ، ويمكن تحديد معنى الفئة الشاملة عن طريق الفئة أ والفئة أ الناتجتين عن عملية القسمة الثانية .

وإذا كانت القسمة الثانية هي تقسيم الجنس إلى أنواع متباعدة ،^(٢) فبأن الفترين الناتجتين عن عملية القسمة الثانية يكونان في استبعاد متبادل ، فلو قلنا فئة الأشياء الحمراء أو فئة الأشياء اللاحمراء أ وهمما الفئتان الناتجتان عن إجراء عملية القسمة الثانية لفئة الألوان نجد كل فئة تدرج تحتها أعضاء لا تدرج تحت الفئة الأخرى ولا يوجد عضو مشترك بين الفترين أ ، أ^٣ .^(٤) ويرى ولتون ، إن عملية القسمة الثانية ليست فقط هي تقسيم الحد الكلي The Whole Term إلى حد موجب وحد سالب ونستطيع من خلالها أن نحدد معنى الفئة أ وإنما هي عملية فكرية قامت عليها قوانين الفكر ، حيث يقول ، " هذه العملية توجد مبادئ التناقض Contradiction والثالث المرفوع Excluded Middle ".^(٥)

وللبرهنة على ما قاله ولتون نجد أن سوزان لا تجر تقول بأن ، الفترين المتمممين لبعضهما ليس فقط يقتسمان الفئة الشاملة بينهما ولكن أيضاً يكونان في استبعاد متبادل ، وبالتالي لا يوجد عضو في الفئة الشاملة يكون عضواً لكل منهما معاً أي لا يوجد عضو ينتمي إلى كل من الفترين معاً ،^(٦) فعندما نقسم الفئة الشاملة إلى فترين أ ، أ^٧ وأن الفئة أ والفتة أ دائمًا يكونان في استبعاد متبادل يلزم عن ذلك أن لا شيء يكون عضواً في كل من الفئة أ والفتة أ ،^(٨) في نفس الوقت أي لا توجد أعضاء مشتركة Common Members بين الفتة أ والفتة المتممة لها أ ،^(٩) الناتجتين عن عملية القسمة الثانية ، وهذا هو مبدأ

1 - Basson , and O'connor , op. cit. P. 151

2 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 242

3 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 222

4 - Welton , op. Cit. P. 130

5 - Langer , op. cit. P. 145

6 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 123

7 - Eaton , op. cit. P. 422

التناقض القائم على عملية القسمة الثانية والذي يقرر أنه لا يوجد شئ يكون عضواً في الفنة أو الفنة A في نفس الوقت وعبر عنه المناطقة المحدثون بالصورة الرمزية $A \times A = \emptyset$ صفر أي أن ناتج عملية الضرب المنطقي للفنة أو الفنة A فارغة .

ومن ناحية أخرى ، وإذا كانت عملية القسمة الثانية هي عملية تقسيم الفنة الشاملة إلى الفنة أو الفنة المتممة لها A ، يقول الكسندر ، أي عضو نختاره من الفنة الشاملة إما أن يكون عضواً في الفنة A أو عضواً في الفنة \bar{A} فالفنية الشاملة تحتوي على جميع الأشياء التي إما في الفنة A أو الفنة \bar{A} ^(١) ، وتقول سوزان لاجر ، كل عضو س إما أنه ينتمي إلى الفنة A ، أو ينتمي إلى الفنة \bar{A} فهناك فنة تعين من $S = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in \bar{A}\}$ هذه القسمة تسمى لا أوعادة تكتب $\forall x \in S \exists P(x) \vee \neg P(x)$ فكل شئ في الفنة الشاملة ينتمي إلى الفنة A أو إلى الفنة \bar{A} ^(٢) ، وهذا هو مبدأ الثالث المرفوع القائم على عملية القسمة الثانية والذي يقرر بأن أي عضو يدرج تحت الفنة الشاملة إما أن يكون عضواً في الفنة A أو عضواً في الفنة \bar{A} ^(٣) وقد عبر عنه المناطقة المحدثون بالصورة الرمزية $A + \bar{A} = 1$.

وعلى ذلك نستطيع القول إذا كانت عملية القسمة الثانية عملية فكرية قامت عليها مبادئ التناقض والثالث المرفوع وأن هذين المبادئين يرجعان إلى مبدأ الهوية Principle of identity والتي ينص بأن أي فنة تكون في هوية مع نفسها .

Classification التصنيف

إذا كانت عملية القسمة المنطقية عملية تنشأ من الأكبر عمومية إلى الأقل عمومية ، بانقسام التصور الواسع إلى تصورات ضيقة يكون بذلك عكس التصنيف الذي يبدأ بالأفراد حيث تكون كل مجموعة فنة ، وهذه الفنات تتتحول إلى فنات أوسع حتى يصل إلى الفنة الشاملة ، ^(٤) فالتصنيف يكون عملية عقلية بحيث تجمع أشياء معينة في مجموعة وهذه المجموعة تسمى فنة ، ^(٥) وعلى ذلك فالتصنيف يبدأ من الأفراد وكل مجموعة أفراد تحتوي

1 - Alexander , op. cit. P. 162

2 - Langer , op. cit. P. 142

3 - Ibid. P. 143

4 - Carroll , op. cit. P. 60

5 - Eaton , op. cit. P. 282

* Cohen , and Nagel , op. Cit. P. 241

انظر أيضاً

خصائص معينة تكون فئة ويتردج التصنيف بعد ذلك بحيث نضع كل مجموعة فئات تحتوي خصائص مشتركة في فئة أوسع حتى نصل إلى فئة الفئات .

وإذا كان التصنيف يبدأ بالأفراد بحيث نجمع كل مجموعة أفراد مشتركين في خصائص معينة في فئة كل فرد لابد أن يكون عضوا في فئة لهذا فالتصنيف يستنفذ جميع أفراد الفئة ^(١) ، ومن هنا تكون عملية التصنيف قائمة على مفهوم الفئة ، فالفئة هي مجموعة من الأفراد التي تحتوي على خصائص معينة والتي تكون أعضاء في هذه الفئة . ^(٢)

ثالثا : القياس :

يقول أرسطو ، القياس فهو قول إذا وضعت فيه أشياء أكثر من واحد لزم شيء آخر من الاضطرار لوجود تلك الأشياء الموضوعة بذاتها و أعني بذاتها أن تكون لا تحتاج في وجودها ما يجب عن المقدمات التي ألف منها القياس إلى شيء آخر عن تلك المقدمات ^(٣) .
و بذلك فالقياس هو استخراج نتيجة **conclusion** من مقدمات **premises** يلزم وجودها من قبل المقدمات المعطاة ، و أن أرسطو عالج نظرية القياس في كتابه التحليلات الأولى ^(٤) .

وقد أقام أرسطو نظرية القياس على الحدود ، فالقياس يتكون من ثلاثة حدود و هذه الحدود بدورها تكون ثلاثة قضايا ، و يتكون القياس من ثلاثة حدود ، الحد الأكبر و الحد الأوسط و الحد الأصغر ، ^(٥) فالحد الأكبر هو الذي يحتوي على أكثر الأعضاء و يشتمل على الحد الأوسط و الحد الأصغر ، و الحد الأوسط يحتوي الحد الأصغر و الحد الأصغر هو الذي يحتوي على أقل الأعضاء و يكون متضمنا في الحد الأوسط و الحد الأكبر ، يقول أرسطو ، أعني بال الأوسط ما كان مندرج ما في شيء آخر و فيه يندرج شيء آخر و هو بحكم ترتيبه أيضاً أوسط ، أعني بالأكبر ما يندرج فيه الحد الأوسط و أعني بالأصغر ما يندرج في الأوسط ^(٦) .

1 - Sinclair , op. cit. P. 91

2 - Ibid. P. 122

٢ - أرسطو ، التحليلات الأولى ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ١ ، ص ١٤٢ .

4 - Demitriu , "History of logic," vol. 1. p. 177

5 - Reichenbach, op. Cit. P.200

٦ - لوكاشيفتش المرجع السابق ، ص ٤٤ .

انظر أيضاً في تعريف القياس

* الفارابي ، كتاب في المنطق "الخطابة" ، تحقيق محمد سليم سالم ، دار الكتب ، القاهرة ، ١٩٧٦ ، ص ٤٣ .

فإذا كان الحد الأكبر هو الذي يحتوي الحد الأوسط والحد الأصغر ، فالحد الأكبر في القياس يعبر عن فنـة شاملة و أن الحد الأوسط والحد الأصغر يعبران عن فنـتين فـرعيـتين بالـنسبة للـحد الأـكـبـر و بـذـلـك تكون نـظـريـة الـقـيـاس قـائـمة عـلـى عمـلـيـة الـقـسـمـة المـنـطـقـيـة ، حيث يقول أـرسـطـو ، و أما قـيـاس فـلـيـس يـاتـي بـه الـذـي يـقـوم الـحـد فـي الـقـسـمـة فـكـما أنـفي النـتـائـج التـي بـلـأـو سـاطـ أنـقـال إـنـسـان قـد يـلـزـم ضـرـورـة إـذـا كـانـت هـذـه الـأـشـيـاء مـوـجـودـة أـنـيـكـونـهـذـا الشـيـء قـد يـمـكـنـهـذـا يـسـأـلـلـمـذـلـكـذـلـكـأـيـضاـفـي الـحـدـودـالـتـيـكـوـنـ بـطـرـيقـةـالـقـسـمـةـمـاـهـوـالـإـنـسـانـ^(١).

فـلـو قـلـنا فـنـةـالـإـنـسـانـ وـأـجـرـينـا عـلـيـهـاـعـلـمـيـةـالـقـسـمـةـالـمـنـطـقـيـةـإـلـىـفـنـةـالـمـصـرـيـيـنـ وـفـنـةـالـمـفـكـرـيـيـنـ نـجـدـأـنـفـنـةـالـإـنـسـانـفـنـةـشـامـلـةـ وـكـلـمـنـفـنـةـالـمـصـرـيـيـنـ وـفـنـةـالـمـفـكـرـيـيـنـ فـنـةـفـرـعـيـةـلـفـنـةـالـإـنـسـانـ وـأـنـفـنـةـالـإـنـسـانـتـحـتـوـيـفـنـةـالـمـصـرـيـيـنـ وـفـنـةـالـمـفـكـرـيـيـنـ ، وـتـمـثـلـ الـحـدـالـأـكـبـرـ ، وـفـنـةـالـمـصـرـيـيـنـتـحـتـوـيـفـنـةـالـمـفـكـرـيـيـنـ وـتـمـثـلـالـحـدـالـأـوـسـطـ وـفـنـةـالـمـفـكـرـيـيـنـ تـمـثـلـالـحـدـالـأـصـغـرـ ، فـلـو قـلـناـ "ـكـلـمـصـرـيـإـنـسـانــ"ـ وـ"ـكـلـقـاـهـرـيـيـنـمـصـرـيـيـنــ"ـ أـذـنـكـلـقـاـهـرـيـإـنـسـانـ وـعـلـىـذـلـكـنـجـدـنـظـريـةـالـقـيـاسـقـامـتـعـلـمـيـةـالـقـسـمـةـالـمـنـطـقـيـةـ .

وـقـدـاستـبـعـدـأـرسـطـوـفـيـبـنـاهـلـنـظـريـةـالـقـيـاسـالـحـدـودـالـجـزـئـيـةـ وـاعـتـمـدـفـقـطـعـلـيـ الـحـدـودـالـكـلـيـةـ وـإـذـاـنـجـدـفـيـالـكـتـبـالـمـنـطـقـيـةـمـثـلـاـلـلـقـيـاسـعـلـىـالـنـحـوـالتـالـيـ :
كـلـإـنـسـانـمـاـنـتـ ، سـقـراـطـإـنـسـانـ ، أـذـنـسـقـراـطـمـاـنـتـ .

هـذـاـمـعـالـلـاـلـيـ يـبـدـوـأـنـهـيـرـجـعـإـلـيـعـهـدـقـدـمـأـورـدـهـسـكـتـوـسـأـمـيـرـيـقـوـسـمـعـتـبـيرـ طـفـيـفـهـوـوـضـعـحـيـوانـمـاـنـتـعـلـىـأـنـهـقـيـاسـمـشـائـيـ وـلـكـنـقـيـاسـمـشـائـيـلـيـسـ بـالـضـرـورةـقـيـاسـأـرسـطـيـ ، وـالـحـقـأـنـقـيـاسـالـسـابـقـيـخـتـلـفـعـنـقـيـاسـأـرسـطـيـمـنـ حـيـثـأـنـمـوـضـوعـهـاـسـقـراـطـحـدـجـزـئـيـ وـلـكـنـأـرسـطـوـلـاـيـدـخـلـفـيـنـظـريـتـهـالـحـدـودـ الـجـزـئـيـةـ^(٢)ـ ، وـهـذـاـقـيـاسـفـيـرـأـيـلـوـكـاشـيـفـتـشـلـاـيـعـرـعـعـنـرـأـيـأـرسـطـوـ .

وـنـجـدـبـلـاشـيـيـؤـكـدـمـعـنـيـالـسـابـقـبـقـولـهـنـجـدـمـثـلـاـكـلـإـنـسـانـمـيـتـ ، سـقـراـطـ إـنـسـانـ ، أـذـنـسـقـراـطـمـيـتـ ، لـيـسـمـثـلـأـرسـطـيـلـاـلـأـنـهـغـيـرـمـوـجـودـعـنـدـأـرسـطـوـ وـحـسـبـبـلـ

* Carney , and Scheer , op. cit. P. 245

١- اـرسـطـوـ ، التـطـبـيلـاتـالـثـالـيـةـكتـابـالـبـرـهـانـ ، ضـمـنـكتـابـمـنـطـقـاـرسـطـوـ ، التـرـجـمـةـالـعـرـبـيـةـالـقـدـيمـةـ ، تـحـقـيقـ دـ / عـبدـالـرـحـمـنـبـدـوـيـ ، جـ ٢ـ ، صـ ٤١٩ـ .
٢- لـوـكـاشـيـفـتـشـ ، المرـجـعـالـسـابـقـ ، صـ ١٣ـ .

لأن القياس الأرسطي يترك جانبًا حالة المقدمات الجزئية إذن لابد على الأقل من استبدال
اسم العلم سقراط باسم أحد الإجناس التي ينتمي إليها^(١).

ويقول لوكاشيفتش عندما نرجع المثال السابق إلى تفكير أرسطو ، فالقياس الذي
اقرب إلى أن يكون أرسطيا ، كل إنسان ميت ، كل أغريقي إنسان إذن كل أغريقي ميت ،^(٢)
فالحدود التي تكون منها القياس السابق كلها حدود كليلة لأننا قمنا باستبدال سقراط و الذي
يمثل حدا جزئيا بالحد الكلي الذي ينتمي إليه سقراط و هو حد الإغريق و من هنا يكون
هذا القياس متسقا مع تصور أرسطو في بناء نظرية القياس .

ويرجع بلانشي السبب في أن القياس الأرسطي يقوم على الحدود الكلية ولم
يفسح المجال للحدود الجزئية لمشاركة في بناء نظرية القياس ، إلى أن عمليات القياس
تستلزم إمكان تحول المقدمات أي التبادل بين الموضوع و المحمول ، إنما نفترض أن
الاثنين مختلفان ،^(٣) و هنا يظهر السبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية في
بناء نظرية القياس و هو كل حد من الحدود الثلاثة القائم عليها القياس لابد أن يصلح أن
يكون محمولا و موضوعا في نفس الوقت ، وكون الحد الجزئي يحتوي على عضو واحد
فقط فلا يصلح أن يكون محمولا في قضية .

ويؤكد لوكاشيفتش السبب في إهمال أرسطو للحدود الجزئية في بناء نظرية
القياس فيرى أن ، الحد الواحد في القياس يجوز أن يكون موضوعا و محمولا دون قيد
وفي كل شكل من أشكال القياس الثلاثة التي عرضها أرسطو يوجد حد يقع موضوعا مرت
و محمولا مرة أخرى و هو الحد الأصغر في الشكل الأول و الحد الأكبر في الشكل الثاني و
الحد الأصغر في الشكل الثالث و في الشكل الرابع يكون كل حد من الحدود الثلاثة
موضوعا مرة و محمولا مرة أخرى ، فالقياس الأرسطي كما تصوره أرسطو يتطلب
حدودا متجانسة من حيث صلاحيتها لأن تكون موضوعات و محمولات و هذا ما يبدو أنه
السبب الحقيقي في إهمال أرسطو للحدود الجزئية^(٤) .

و من ناحية أخرى أن التضمن هو علاقة بين فئة و فئة فرعية منها فلو قلنا كل
إنسان حيوان ، فكل إنسان يكون عضوا في فئة الحيوانات ، و بذلك تكون فئة الناس

١ - روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٦٣ .
٢ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ١٣ .
٣ - روبير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٦ .
٤ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ٢٠ .

متضمنة في فنـة الحـيوانـات ، فـكـل عـضـو مـن أـعـضـاء الفـنـة الـأـولـى أـيـكـون عـضـوـاً فـي الفـنـة الـثـانـية بـ ، وـ إـذـا كـان كـل عـضـو مـن أـعـضـاء الفـنـة أـ هو فـي الـوقـت نـفـسـه عـضـوـاً مـن أـعـضـاء الفـنـة بـ يـقـال فـي هـذـه الـحـالـة أـن الفـنـة أـ فـرـعـيـة مـن الفـنـة بـ أـو أـنـها مـتـضـمـنـة فـي الفـنـة بـ أـو أـنـالفـنـة بـ تـشـتـمـل عـلـى الفـنـة أـ مـن حـيـث أـنـالفـنـة أـ فـرـعـيـة مـنـهـا^(١) .

إـذـا كـان كـل عـضـو فـي الـحد الـأـصـغـر يـكـون عـضـوـاً فـي الـحد الـأـوـسـط وـ الـحد الـأـكـبـر وـ كـل عـضـو فـي الـحد الـأـوـسـط يـكـون عـضـوـاً فـي الـحد الـأـكـبـر ، فـبـاـنـ الـحد الـأـصـغـر يـكـون مـتـضـمـنـا فـي الـحد الـأـوـسـط وـ الـحد الـأـكـبـر ، وـ الـحد الـأـوـسـط يـكـون مـتـضـمـنـا فـي الـحد الـأـكـبـر وـ بـذـلـك تـكـوـنـ العلاقة بـيـنـ الـحـدـودـ الـقـائـمـ عـلـيـهـ الـقـيـاسـ هيـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ بـيـنـ الـحـدـودـ وـ أـرـسـطـوـ نـفـسـهـ يـؤـكـدـ هـذـا ، حـيـثـ يـقـولـ حـينـ يـرـتـبـطـ ثـلـاثـةـ حـدـودـ أـحـدـهـماـ بـالـأـخـرـ بـحـيـثـ يـكـونـ الـأـخـيرـ مـحـتـويـ فـيـ الـأـوـسـطـ وـ الـأـوـسـطـ مـحـتـويـ فـيـ الـأـوـلـ^(٢) فـمـنـ خـلـالـ تـسـمـيـاتـ أـرـسـطـوـ لـلـحـدـودـ الـقـائـمـ عـلـيـهـ الـقـيـاسـ بـالـحدـ الـأـكـبـرـ وـ الـحدـ الـأـصـغـرـ يـكـونـ دـلـيـلـاـ قـاطـعاـ بـاـنـ أـرـسـطـوـ وـ ضـعـ فـيـ اـعـتـبـارـهـ التـضـمـنـ بـيـنـ الـحـدـودـ .

يـرـيـ رـسـلـ أـنـ الـعـلـاقـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ الـتـيـ يـتـكـوـنـ مـنـهـاـ الـقـيـاسـ هيـ التـضـمـنـ وـ أـنـ التـضـمـنـ الـقـائـمـ عـلـيـهـ الـقـيـاسـ عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ ، حـيـثـ يـقـولـ مـبـداـ الـقـيـاسـ الـمـنـطـقـيـ أـنـهـ إـذـاـ كـانـتـ أـ ، بـ ، جـ ، ثـلـاثـ فـنـاتـ وـ كـانـتـ أـدـاخـلـةـ فـيـ بـ وـ كـانـتـ بـ دـاخـلـةـ فـيـ جـ^(٣) .

وـ يـؤـكـدـ كـلـ مـنـ أـمـبـروـزـ وـ لـيزـروـيـتزـ هـذـاـ الـمـعـنـيـ بـقـوـلـهـمـاـ ، الـقـيـاسـ قـائـمـ عـلـيـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ بـيـنـ الـفـنـاتـ ،^(٤) وـ إـذـاـ كـانـ الـأـمـرـ كـذـلـكـ هـلـ التـضـمـنـ الـقـائـمـ عـلـيـهـ الـقـيـاسـ هوـ تـضـمـنـ مـتـبـادـلـ أـمـ تـضـمـنـ أـصـيـلـ ؟ـ فـيـ الـحـقـيقـةـ الـعـلـاقـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ الـتـيـ يـتـكـوـنـ مـنـهـاـ الـقـيـاسـ هيـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ الـأـصـيـلـ لـأـنـاـ نـجـدـ الـحدـ الـأـكـبـرـ يـحـتـويـ الـحدـ الـأـوـسـطـ وـ يـزـيدـ عـلـيـهـ فـيـ عـدـ الـأـعـضـاءـ وـ أـنـ الـحدـ الـأـوـسـطـ يـحـتـويـ الـحدـ الـأـصـغـرـ وـ يـزـيدـ عـلـيـهـ فـيـ عـدـ الـأـعـضـاءـ .

وـ نـسـتـطـيـعـ التـعـبـيرـ عـنـ الـقـيـاسـ بـصـورـةـ رـمـزـيـةـ يـعـرـضـهـاـ لـنـاـ هـلـبـرـسـتـاتـ وـ هـيـ :

أـ دـ بـ . بـ دـ جـ . دـ جـ ،^(٥)

وـ مـنـ هـذـهـ الصـورـةـ لـلـقـيـاسـ نـسـتـطـيـعـ القـوـلـ بـأـنـ الـعـلـاقـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ الـتـيـ يـتـكـوـنـ مـنـهـاـ الـقـيـاسـ هيـ عـلـاقـةـ تـضـمـنـ وـ أـنـ أـرـسـطـوـ مـنـ خـلـالـ عـرـضـهـ لـنـظـرـيـةـ الـقـيـاسـ وـ ضـعـ لـنـاـ أـهـمـ ثـمـةـ

١ - الفـريـدـ تـارـسـكـيـ ، المـرـجـعـ السـابـقـ ، صـ ١١٢ـ .

٢ - دـ / مـحـمـودـ زـيـدانـ ، الـمـنـطـقـ الرـمـزـيـ شـائـهـ وـ تـطـورـهـ ، دـارـ الـنـهـضـةـ الـعـرـبـيـةـ ، بـيـرـوـتـ ، ١٩٧٣ـ مـ ، صـ ٤٢ـ .

٣ - رـسـلـ ، أـصـوـلـ الـرـيـاضـيـاتـ ، الـجـزـءـ الـأـوـلـ ، صـ ٤٣ـ .

4 - Ambrose , and Lazerowitz op . cit . P. 268

5 - W.H. Halberstadt , " An introduction to modern logic , " Harper and Brothers, publishers, New York , 1960 , P. 205

يتسم بها التضمن و هي علاقة التعدي و الذي اعتمد عليها المنطقة في التفرقة بين التضمن و الانتماء في المنطق الحديث .

بالإضافة إلى أن أرسطو من خلال عرضه لنظرية القياس وضع لنا الأساس الأول لما عرف بالفننة المشتركة ، فالفننة المشتركة هي الأعضاء المشتركة بين فنتين ، ^(١) فهي الفننة التي يكون كل عضو فيها عضواً في الفنات الناتجة عنهم ، فإذا كانت هناك فنتان أ ، ب استطاع الإنسان أن يكون منهما فننة جديدة يكون أعضاؤها هي فقط التي تنتهي إلى الفنتين ، ^(٢) و بذلك تكون الفننة المشتركة هي الفننة الفرعية من الفنتين الناتجة عنهم .

فإذا أخذنا القياس التالي كل إنسان فان و كل مصرى إنسان ، إذن كل مصرى فان ، فهذا القياس يتكون من **Consists Of** ثلاثة فنات و هن فننة الفنانين و تمثل الحد الأكبر و فننة الناس و تمثل الحد الأوسط و فننة المصريين و تمثل الحد الأصغر ، و أن كل عضو من أعضاء فننة المصريين يكون عضواً في فننة الناس و عضواً في فننة الفنانين ، أي كل عضو في الحد الأصغر يكون عضواً في الحد الأوسط و عضواً في الحد الأكبر في نفس الوقت ، لذا فالحد الأصغر في القياس يمثل فننة مشتركة .

فإذا كان أرسطو قد اعتمد على الحدود الكلية في بناء نظرية القياس و الحد الأصغر يعبر عن فننة مشتركة **Common Class** يلزم عن ذلك أن الفننة المشتركة عند أرسطو تكون حداً كلياً **Whole Term** و هنا نجد الاختلاف بين مفهوم الفننة المشتركة في المنطق الحديث و الفننة المشتركة عند أرسطو ، إن الفننة المشتركة في المنطق الحديث تحتوي على الأقل عضو واحد ، ^(٣) المهم لا تكون بأي حال من الأحوال فننة فارغة ، و لكن من خلال تصوير أرسطو لبناء نظرية القياس التي تقوم على الحدود الكلية نجد أن الفننة المشتركة عند أرسطو تحتوي على الأقل عضوين .
و إذا كان لدينا القياس التالي : -

كل طائر حيوان ، و كل غراب طائر ، إذن كل غراب حيوان ، في هذا القياس نجد حد طائر متضمناً في حد آخر "حيوان" و يتضمن فيه حد ثالث "غراب" و هنا يكون "طائر" هو الحد الأوسط و من ثم فإن "حيوان" هو الحد الأكبر و غراب هو الحد الأصغر ،
^(٤) فإذا كان "غراب" هو الحد الأصغر و الذي يعبر عن فننة مشتركة فإننا نلاحظ

١ - Reichenbach , op. cit. P. 195

٢ - الفريد تارسكي ، المرجع السابق ، ص ١١٥ .

٣ - Langer, op. cit. P. 118

٤ - لوكاشيفتش ، المرجع السابق ، ص ٤٥ .

الاختلاف في تصور الفنة المشتركة في المنطق الحديث و التي تحتوي على الأقل عضوا واحدا ، في حين ان الفنة المشتركة في نظر أرسطو لابد أن تحتوي على الأقل عضوين .
و إذا عبرنا عن القياس الأرسطي بالصورة الرمزية التالية :-

A D B . B D C . C D G

نجد أن الفنة تكون متضمنة في كل من الفنة ب و الفنة ج و أن كل عضو فيها يكون عضوا في الفنة ب و الفنة ج في نفس الوقت و إن أعضاء الفنة تحمل خصائص الفنة ب و خصائص الفنة ج في نفس الوقت و بذلك فالفنية تعبر عن فنة مشتركة .

رابعا : المنطق الرواقي

من المعروف أن أرسطو أقام نسقه المنطقي على أساس الحدود الكلية و لم يفسح مجالا للحدود الجزئية ، و أهتم بالتصورات الكلية بعيدا عن الأفراد ، و الفرد عند أرسطو ما هو إلا جزء من كلي و لا يعتمد عليه في بناء نسق منطقي و اتضح أن السبب في ذلك بأن بناء النسق المنطقي الأرسطي يتطلب حدودا كليلة و لفظ كلي يأتي من خلال مجموعة من الأعضاء يشتركون في خواص معينة ، ^(١) بمعنى أنه يحتوي على عدد من الوحدات أو الأعضاء ^(٢) .

و على الرغم من أن الفرد لا يمثل دورا فعالا في المنطق الأرسطي ، إلا أنه كان له دورا فعالا في بناء نسقا منطقيا ، فالرواقيون اعتمدوا كل الاعتماد على الفرد و أقاموا عليه نسق منطقي ، و بذلك فالرواقيون يأخذون في منطقهم لا بالماهية و لا بالصورة المعروفة عند أرسطو بل يرون أن ماهية كل موجود Entity أو طبيعته الخاصة ليست تتالف من العنصر المشترك بين أفراد Individuals Individuals كثريين ^(٣) .

و أن الخلاف بين أرسطو و الرواقيين إن كلا منهما قام ببناء نسق منطقي متناسب مع فلسفته حيث يقول بلانشي ، إنكب بروشار على تباهي أن الرواقيين لم ينفصلوا آليته عن منطق أرسطو و لكنهم جبلوا منطقا أصيلا ، و أن الخلاف بين المنطقيين يعكس الخلاف بين الفلسفتين فمنطق أرسطو متناسب مع فلسفة المادة و الجوهر فهو أذن منطق المفهوم التصوري و أما الرواقيون فهم اسميون ، فبالنسبة إليهم لا توجد أنواع و لا

١ - Langer, op. cit. P. 122

٢ - Eaton, op. cit. P. 308

٣ - د / عثمان أمين ، الفلسفة الرواقية ، مكتبة الانجلو المصرية ، القاهرة ، ١٩٧١ ، ص ١٢٢

جواهر و التصنيفات مصطنعه ، فما يميزه كاننا ليس الاشتراك في الجوهر سيكون مشتركا بينه وبين كانتات أخرى و يسمح بجمعهم في فئة طبيعية ، بل الذي يميزه هو الصفة الفردية الملموسة ، لهذا لا يوجد أبدا فرداً متماثلاً و لهذا فإن التعريف لا يقوم بالمقارنة الخصوصية بل ببعض الخواص ، أن الفكرة تتناول الأفراد و لا تقوم على تنفيذ للأجناس ، و الأنواع ،^(١) لذا يكون المنطق الرواقي عكس المنطق الأرسطي من ناحية اختيار الوحدة التي يقوم عليها النسق المنطقي ، فالفرد في المنطق الرواقي لا يعرف عن طريق اشتراكه مع أفراد آخرون في خصائص معينة و لكنه يعرف بخواصه الذاتية .

فإذا كان الجنس اسم لفئة الموضوعات تقسم إلى فئات صغيرة وكل هذه الفئات تسمى أنواعا ،^(٢) فالجنس بهذا المعنى يكون حداً كلياً يحتوي على حدود كليلة و هذه الحدود تسمى أنواعا و الأنواع و أن كانت تحمل على كثرين ، فإنها ليست تحمل على كثرين مختلفين بال النوع ،^(٣) و من هنا نجد الجنس و النوع كليهما حداً كلياً و أن الجنس يحتوي النوع و المنطق الرواقي لا يبحث في لفاظ الكلية و يبحث فقط في الأفراد فلا يكون عندهم علاقة بين الجنس و النوع و الذي يمثل كل منهما اسم كلي فالمنطق عندهم لا يبحث في تصورات ولا كليات^(٤) .

فالفرد في المنطق الرواقي لا يمكن تعريفه بالنوع أو بالجنس الذي يندرج تحته كما كان عند أرسطو و لكن الفرد بخواصه الفردية و أنه لا يوجد فرداً متماثلاً في المنطق الرواقي ، و بذلك لا وجود لمعنى الجنس أو النوع في المنطق الرواقي كما أننا لا نجد لعلاقة التضمن بين الحدود و القائم عليها النسق الأرسطي و جود في المنطق الرواقي .

و من ناحية أخرى فإذا كانت عملية القسمة المنطقية عند أرسطو تقوم على الحدود الكلية ، بحيث يقسم الجنس إلى أنواع أقل منه في الأعضاء ،^(٥) و الجنس يجب أن يستند بواسطة القسمة بحيث كل عضو في الجنس يجب أن ينتمي إلى الأنواع^(٦) وكون أن الرواقيين يعتمدون كل الاعتماد على الأفراد في بناء النسق المنطقي فإن عملية القسمة

١- روبر بلانشي ، المرجع السابق ، ص ١٢٧ .

2 - Aikins, op. cit. p. 49

٣ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ، ص ١٠٦١ .

٤ - عثمان أمين ، المرجع السابق ، ص ١٣٠ .

5 - Carroll , op. cit. P. 61

6 - Eaton, op. Cit . p 283

المنطقية ليست لها في نظر الرواقيين إلا قيمة صورية محضة و ليست لها قيمة انتropolوجية كما كان عند أرسطو ،^(١).

إلا أننا نجد لديهم نوعاً من عملية القسمة المنطقية ، يسمى التقسيم المتناقض و هو أن يقسم بواسطة التقابل المتساوي على سبيل المثال بمعنى النفي ، فجميع الأشياء جيدة أو غير جيدة ،^(٢) و كون أن الرواقيين يأخذون بالفرد في بناء نسق منطقي فالفرد عندهم إما موجب أي يحمل خصائص معينة و إما سالب أي يعین عن طريق غياب الخصائص التي يحملها الفرد الموجب ، مثل هذا الشيء " أحمر " أو " غير أحمر " ، و في الحقيقة أن هذه الفكرة مأخوذة عن فكرة القسمة الثانية لدى أرسطو و إنما الفرق بينهما أن القسمة الثانية عند أرسطو تقوم على الحدود الكلية و لا يشترط فيها التساوي بينما الحدين الناتجين عن عملية القسمة ، إنما هذا النوع من عملية القسمة عند الرواقيين يلزم فيه التساوي بينما الطرفين الناتجين عن عملية القسمة .

و عملية القسمة المنطقية عند الرواقيين تمر بمراحل مثلاً كانت عند أرسطو وكل مرحلة من التقسيم تقوم على أساس جديد وبذلك فالمرحلة التالية للتقسيم المتناقض عندهم تسمى التقسيم الفرعى وهو تقسيم التقسيم السابق ، على سبيل المثال نقول جميع الأشياء الموجودة بعضها جيدة والأخرى تكون غير جيدة وهذا التي لا تكون جيدة بعضها تكون شريرة والأخرى تكون غير مختلفة ،^(٣) وهنا نجد التقسيم الفرعى هو تقسيم متناقض يأخذ مرحلة بعد المرحلة الأولى أي عندما نقول هذا الفرس أبيض أو ليس أبيض فإن ليس أبيض يقسم إلى إما أحمر أو ليس أحمر و هكذا نستمر في عملية القسمة المنطقية بين الأفراد و ليس بين الحدود الكلية .

و إذا كان التقسيم بمعناه الأرسطي لا يوجد في المنطق الرواقي ، فإن التصنيف و الذي يعتبر عملية عقلية تجمع أشياء معينة ذات خصائص مشتركة في مجموعة تسمى فئة ،^(٤) اي أنه يبدأ بالأفراد و كل مجموعة أعضاء ذات خصائص مشتركة تمثل فئة تتحول هذه الفئات إلى فئات أوسع حتى نصل إلى الجنس و التصنيف ينشأ من الأقل عمومية إلى الأكثر عمومية ،^(٥)

1 - عثمان أمين ، المرجع السابق ، ص ١٣١ .

2 - Dumitriu, " history of logic," , vol., 1. p . 232

3 - Ibid. P. 232

^٤ - Eaton, op . cit . P. 282

5 - Carroll , op . cit . P. 60

و كون الرواقيين يأخذون بالأفراد لا بالحدود الكلية فالتصنيف بمعناه المنطقي ليس له وجود في المنطق الرواقي .

و كذلك نظرية القياس الأرسطية و التي تقوم على الحدود الكلية و إن القياس يوجد علاقة التضمن بين الحدود التي يتكون منها ، حيث يقول بلاشى فالاستدلالات التي يعالجها الرواقيون

The Logic Of Tems تمتاز عن القياسات الأرسطية بأنها لا تنتمي مثلاً إلى منطق الحدود من جهة ، لأن القياسات تعنى عند أرسطو على شكل تضمن Inclusion و هي وبالتالي : - مقدمات افتراضية ، من جهة ثانية أن الفرق الفاصل بين النظريتين هو شئ آخر و هو أعمق من مجرد إقسام داخل منطق الحدود^(١) .

فإذا أخذنا المثال التالي ، إذا كان هناك نهار فهناك نور ، و هناك نهار هناك نور ،^(٢) و هذا هو القياس الرواقي الذي يتكون من فردان و هما نهار و نور في حين أن القياس الأرسطي يتكون من ثلاثة حدود كما نلاحظ إذا كانت العلاقة التي تربط بين الحدود في القياس الأرسطي هي علاقة التضمن ، فإن العلاقة التي تربط بين الأفراد التي يقوم عليها القياس الرواقي هي علاقة لزوم Implication منطقى .

و هنا يكون الاختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الرواقي هو اختلاف في استخدام الأداة التي استخدمها كل منهما في بناء نسقه المنطقي ، فالنسق المنطقي الأرسطي قائم على التصورات الكلية في حين أن النسق المنطقي الرواقي قائم على الأفراد ، حيث يقول شيرون ، الرواقيون إنما يخالفون المشائين في الألفاظ لا في جواهر الأشياء^(٣) .

و على الرغم من أن المنطق الرواقي قام بناء نسقه المنطقي على الأفراد و ليس التصورات الكلية ، إلا أن المنطق الرواقي من ناحية لا يكتفى بتسجيل الواقع الجزئية منفردة مبعثرة بل هو يستنتاج من واقعة مشاهدة واقعة أخرى يمكن أن تشاهد ذلك بواسطة كلمات ، إذا ، أو ، و ،^(٤) فهذه الكلمات هي التي حددت أنواع القضية ، نجد أن القضية المتصلة التي تربط واقعتين بكلمة " و " و القضية المنفصلة التي تربط واقعتين بكلمة " او " و القضية الشرطية التي تربط واقعتين بكلمة " إذا " أن انتباه الرواقيين إلى مثل هذه القضايا يفسح عن عقلية تبحث عن الصلات بين الأحداث لا بين الأفكار و التصورات^(٥) .

١ - روبيير بلاشى ، المرجع السابق ، ص ١٢٩ .

٢ - نفس المرجع . ص ١٤٧ .

٣ - عثمان أمين ، المرجع السابق ، ص ١١٣ .

٤ - محمد ثابت الفندي ، أصول المنطق الرياضي ، دار النهضة العربية ، بيروت ، ١٩٧٢ ، ص ١٢٩ .

٥ - نفس المرجع و الصفحة .

و بذلك يكون المنطق الرواقي قد ساهم مساهمة فعالة في تغيير مسار التفكير المنطقي ، فنقل التفكير المنطقي من البحث بين التصورات الكلية إلى البحث في الأحداث المتتابعة ، فعندما طبق ليينتزر العمليات الرياضية كالجمع والضرب في معالجة الأمور المنطقية قد استخدم أدوات الربط التي استخدمها الرواقيون و أن مدرسة بول رأت أن الضرب تقابل العطف بين حكمين صادقين المعبر عنه بكلمة " و " و أن الجمع يقابل الانفصال بين حكمين المعبر عنه بكلمة " أو " ^(١)

١ - نفس المرجع ، ص ١٣٠

الفصل الثالث

التضمين ومنطق الفئات

على الرغم من تعدد العلاقات في النسق المنطقي سواء الحديث أو الأرسطي إلا أن كل موضوع في المنطق يتطلب علاقة من تلك العلاقات ، و هذه العلاقة تكون أساسية بالنسبة لهذا الموضوع ، وكل علاقة تكون لها علاقات أخرى جانبية تلازمها و تقويها في توضيح هذا الموضوع و نظراً لأن موضوع منطق الفنات قائم على علاقة التضمن ، فننظر في هذا الفصل بالتحليل معنى التضمن و علاقته بالفننة و كذلك الفرق بين التضمن و الهوية ، و أيضاً الفرق بين التضمن و التضمن الأصيل ، و أخيراً الفرق بين التضمن و الانتماء مع الرجوع بكل جزئية إلى المنطق الأرسطي .

أولاً : معنى التضمن و علاقته بالفننة

العلاقة الرئيسية في منطق الفنات هي " التضمن للفنات " ^(١) ، فالفننة تكون متضمنة في Included In أخرى إذا كان كل عضو في الفننة الأولى عضواً في الفننة الثانية ، ^(٢) و إذا كانت علاقة التضمن قائمة بين الفنتين أ ، ب فإن جميع أعضاء الفننة أ ، أعضاء في الفننة ب ، ^(٣) هذا يعني أن كل عضو من أعضاء الفننة أ يحمل خصائص الفننة ب و يدرج تحتها مع كونه يحمل خصائص الفننة أ و يدرج تحتها ، ولا يوجد عضو من أعضاء الفننة أ خارج الفننة ب .

مثال ذلك عندما نقول " القلّط ثدييات " فننة القلّط تكون متضمنة في فننة الثدييات و كل قلّط يكون ثديي و على ذلك كل عضو من الفننة الأولى يكون عضواً في الفننة الثانية ، أي كل عضو من فننة القلّط يكون عضواً في فننة الثدييات ، ^(٤) و أيضاً لو قلنا فننة الجبال في كندا متضمنة في فننة الأشياء الطبيعية فكل عضو في الفننة الأولى يكون عضواً في الفننة الثانية أي كل جبل يكون شيئاً طبيعياً . ^(٥)

١ - د/ عبد الرحمن بدوي ، " المنطق الصوري والرياضي " ، مكتبة النهضة المصرية ، القاهرة ، ١٩٦٢ ، ص ٢٩٢ .

2 - Cohen , and Nagel , " An introduction to logic and scientific method " . P. 123

3 - Ambrose , and Lazerowitz , " Fundamentals of symbolic logic " , P. 225

4 - Alexander , " An introduction to logic " . P. 161

5 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

و يرى كواين أنه إذا كانت جميع أعضاء الفئة A أعضاء في الفئة B ، بحيث يحمل كل عضو في الفئة الأولى خصائص الفئة الثانية بجانب احتوائه على خصائص الفئة الأولى ، تكون الفئة الأولى متضمنة في الفئة الثانية ، فإذا كانت جميع أعضاء الفئة A أعضاء في الفئة B أذن الفئة A نقول عنها أنها متضمنة في الفئة B ، و يرمز لها $A \subseteq B$ و تعني $(S \in A \Leftrightarrow S \in B)$ فعندما يكون S عضوا في الفئة A أو عضوا في الفئة B في نفس الوقت يلزم عن ذلك أن الفئة A تكون متضمنة في الفئة B ، مثل قولنا "القطط حيوانات" فئة القطط تكون متضمنة في فئة الحيوانات^(١)

و يرى كواين أن علاقة التضمن بين فنتين و التي تعني بأن الفئة A تكون متضمنة في الفئة B أو الفئة A تكون محتواة في الفئة B ، أن تعبّر عن القضية الكلية الموجبة ، حيث يقول في كتابه المنطق الرمزي ، العلاقة $A \subseteq B$ تقرّبان جميع أعضاء الفئة A أيضاً أعضاء في الفئة B و هي تعبّر عن القضية الكلية الموجبة كل A هي B ،^(٢) فجميع أعضاء الفئة A أعضاء في الفئة B ، و يؤكد هذا المعنى كل من لويس و لانجفورد بقولهما ، القضية الكلية الموجبة يمكن أن تقرّر علاقة Relation R بين التصورات التي تفهم من الحدود أو بين الفئات التي تصدق على الحدود مثل "كل إنسان فان" ، يمكن أن تأخذ بمعنى التصور إنسان متضمن في التصور فان ، أو تأخذ بمعنى فئة الناس تكون متضمنة في فئة الفانيين ،^(٣) و على ذلك نستطيع القول بأن علاقة التضمن بين فنتين انطلقت عنها فكرة القضية الكلية الموجبة .

و يمكن تعريف التضمن عن طريق اللزوم ، حيث يقول كل من وايتهايد ورسل أن تعريف التضمن باستخدام اللزوم الذي ينشأ بين عضوية Membership فرد في فنتين هو $A \subseteq B \equiv (S \in A \Leftrightarrow S \in B)$ ^(٤) بمعنى إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B فإذا كان S عضوا في الفئة A فإن S يكون عضوا في الفئة B ، و ليس معنى ذلك أن التضمن ينطوي على لزوم منطقي Logical Implication فالتضمن ما هو

1 - Quine , " Mathematical logic " . P. 185

2 - Copi , " Symbolic logic " . P. 339

3 - Lewis , and Langford, " Symbolic logic " . P. 27

4 - Whitehead , and Russell , " Principia Mathematica " . P. 205

إلا احتواء فنة في فنة أخرى ، أما اللزوم المرتبط بالتضمن هو لزوم العضو الذي ينتمي إلى الفنة الأولى بأنه ينتمي إلى الثانية .

و على الرغم من استخدام التعريف لصيغة اللزوم " إذا كان ... كان " فإن علاقة تضمن Inclusion فنة في فنة أخرى تتطابق مع صورة أخرى ، فالقول بأن كل أ هي ب أو " كل إنسان حيوان " ينطوي على تضمن فنة في فنة و لا ينطوي صراحة على لزوم منطقي ولو أنها في التحليل النهائي تعبر عن لزوم لأنها تعني إذا كان س إنسان فإن س حيوان ، وهذه صيغة دالة قضية لزومية .

و القول بأن كل عضو من الفنة أ هو في الوقت نفسه عضو من أعضاء الفنة ب في هذه الحالة يقال أن الفنة A فنة فرعية subclass من الفنة ب أو إنها متضمنة في الفنة B ، أو أن الفنة ب تشتمل على الفنة A ، من حيث A فنة فرعية Included In منها ^(١) ، فالتضمن إذن هو علاقة بين فنة و فنة فرعية منها ، ^(٢) و بذلك إذا كان لدينا A ، ب فنتان و الفنة A متضمنة في الفنة B ، فالفنـة A في هذه الحالة تكون فـنة فـرعـية من الفـنة B ، مثـال ذـلك القـول بـأن " الكلـاب الـليـفة " تعـني أـن كـل كـلـب أـو كـل عـضـو من عـضـاء فـنة الكلـاب يـمتـاز بـصـفـة مـعـيـنة و هو كـونـه الـليـفة و لكن من الواضح أـن هـذـه الصـيـغـة لـيـسـت مـقـصـورـة Select عـلـى الكلـاب و حدـها أـن هـنـاك فـنة مـن الـحـيـوانـات أـكـبـر مـن فـنة الكلـاب تـحـوز نفسـ الصـفـة ، و ما فـنة الكلـاب إـلا مـجـرـد فـنة فـرعـية مـنـها . ^(٣)

و الفـنة فـرعـية تـظـهـر بـوضـوح مـن خـلـال اـشـتـراك فـنتـين فـي عـضـاء ، طـالـما أـن الأـعـضـاء المـشـتـرـكـة تـحـمـل خـصـائـص فـنتـين فـي نـفـس الـوقـت و أـن كـل عـضـو مـن هـذـه الأـعـضـاء المـشـتـرـكـة يـكـون عـضـواً فـي كـلـتـا فـنتـين ، فـلـأـعـضـاء المـشـتـرـكـة بـيـن فـنتـين فـي هـذـه الـحـالـة تـعـبـر عـن فـنة فـرعـية مـن هـاتـين فـنتـين فـي نـفـس الـوقـت ، حـيث تـقـول سـوزـان لـانـجـر : يـوجـد عـلـى الـأـقـل عـضـو يـنـتـمـي إـلـي فـنة A و فـنة B مـعـاً ، و فـنة الـتـي تـكـون أـعـضـاءـها ، أـعـضـاءـ في فـنة A و أـعـضـاءـ في فـنة B تـمـثـل الضـربـ المنـطـقـي بـيـن فـنة A و فـنة B و يـرمـز لـهـا بـالـرمـز A × B و هـذـه فـنة تـمـثـل فـنة فـرعـية مـن فـنة A و فـنة فـرعـية

١ - الفريد تار斯基 ، مقدمة للمنطق و لمنهج البحث في العلوم الاستدلالية ، ص ١١٢ .

2 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

* Slupecki , and Borkowski " Elements of Mathematical logic and set theory " , P. 159

* انظر أيضاً في ذلك

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦٠ .

من الفنة ب ، ^(١) إذا تكون الفنة أ ب متضمنة في الفنة أ و متضمنة في الفنة ب في نفس الوقت .

و كذلك إذا جمعنا أعضاء الفنة أ و أعضاء الفنة ب في فنة واحدة و هي الفنة أ + ب فإن الفنة أ تكون فنة فرعية من الفنة أ + ب ، حيث تقول سوزان لا نجر في ذلك :-

$$(س) (س \in أ) \cdot V. . (س \in ب) . C. (س \in أ + ب)$$

فأي عضو إما ينتمي إلى الفنة أ أو ينتمي إلى الفنة ب يلزم عن ذلك أن هذا العضو ينتمي إلى الفنة أ + ب ، وعلى ذلك تكون الفنة أ فنة فرعية من الفنة أ + ب ، ^(٢) و الفنة ب فنة فرعية من الفنة أ + ب .

و إذا كانت الفنة الفرعية أ تساوي الفنة الفرعية ب فإن الفنة الفرعية أ تساوي الفنة الفرعية أ ب ، و كذلك الفنة الفرعية ب تساوي الفنة الفرعية أ ب ، ذلك أن الفنة الفرعية أ و الفنة الفرعية ب كل منهما تساوي الفنة الفرعية أ ب إذا كانت الفنة أ تساوي الفنة ب . ^(٣)

كما نجد مورس عبر عن علاقة التضمن بين فنة و فنة أخرى فرعية منها بصيغة أخرى و هي في حالة أن الفنة أ تكون متضمنة في الفنة ب ، يمكن التعبير عنها في رأي مورس ب C_A ، حيث يقول ، في حالة أن الفنة أ تكون فنة فرعية من الفنة ب فإن :

$$A \subset B = B \subset A , \quad (٤)$$

و من المعروف أن الرمز C يعبر عن اللزوم لذلك فتحن لا توفق على هذه الصيغة لتجنب الخلط بين المفاهيم المنطقية .

و علاوة على ذلك ، هل نجد لفكرة الفنة الفرعية جذور في المنطق الأرسطي ؟ يقول سنجار ، الفنة الفرعية في المنطق الأرسطي هي النوع بالنسبة للجنس و الفنات الفرعية أنواع Species بالنسبة للجنس ، ^(٥) وهذا يعني أن النوع في المنطق الأرسطي يعبر عن الفنة الفرعية في المنطق الحديث ، إلا أنه يوجد اختلاف بين المنطق الأرسطي و المنطق الحديث في فكرة الفنة الفرعية ، لأننا نجد في المنطق الحديث الفنة ذات العضو الواحد تمثل فنة فرعية من الفنة التي يندرج تحتها العضو الذي يمثل فنة ذات

1 - Langer , " An introduction to symbolic logic" .. P. 138

2 - Ibid. P. 139

3 - Morse , " A theory of sets " , P. 42

4 - Ibid. P. 42

5 - Sinclair , " The traditional formal logic" . p. 92

عضو واحد في حين أن ارسطو أقام بناء نسقه المنطقي على الحدود الكلية فقط ، لذلك فالفنـة ذات العـضـو الـواحد في كـونـهـا فـنـةـ فـرـعـيـةـ لـفـنـةـ آخـرـىـ لاـ يـتـفـقـ هـذـاـ مـعـ التـفـكـيرـ . الأـرـسـطـيـ .

الفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ The Unit Subclass

فيـذـاـ كـانـ التـضـمـنـ هوـ عـلـاقـةـ بـيـنـ فـنـةـ وـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـهـاـ وـ الـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ تـحـتـوـيـ عـلـىـ الأـقـلـ عـضـوـاـًـ ،ـ لـذـاـ فـالـفـنـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ فـنـةـ آخـرـىـ ماـ عـادـ الـفـنـةـ الـفـارـغـةـ وـ لـيـسـ مـنـ الـضـرـورـيـ أـنـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ الـفـنـةـ الشـامـلـةـ فـقـطـ .

يـقـولـ روـسـيرـ ،ـ الآـنـ نـقـدـمـ الـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ مـنـ الـفـنـةـ أـ الـتـيـ تـعـرـفـ U.S.C⁽¹⁾ـ وـ هـذـهـ الـحـرـوفـ تـلـخـيـصـ .

وـ مـنـ خـلـالـ النـظـرـيـاتـ التـالـيـةـ نـسـتـطـيـعـ التـعـرـفـ عـلـىـ الـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ وـ عـلـاقـتـهـاـ بـالـفـنـاتـ الـأـخـرـىـ .

$$(A, \{S\}) \{S\} = A = S \in A^{(2)}.$$

وـ هـذـهـ النـظـرـيـةـ تـقـرـرـ عـنـدـمـاـ تـكـوـنـ الـفـنـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ {S}ـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ الـفـنـةـ أـ فـيـنـ الـعـضـوـ Sـ الـذـيـ يـمـثـلـ الـفـنـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ {S}ـ يـكـوـنـ عـضـوـاـ فـيـ الـفـنـةـ Aـ ،ـ وـ إـذـاـ كـانـ روـسـيرـ عـبـرـ عـنـ عـلـاقـةـ الـفـنـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ {S}ـ بـالـفـنـةـ Aـ بـعـلـاقـةـ الـإـنـتـمـاءـ (∈)ـ ،ـ يـكـوـنـ قـدـ أـخـطـأـ فـيـ ذـلـكـ لـأـنـ عـلـاقـةـ فـنـةـ بـفـنـةـ آخـرـىـ فـرـعـيـةـ مـنـهـاـ هـيـ عـلـاقـةـ تـضـمـنـ (⊂)ـ وـ لـيـسـ عـلـاقـةـ إـنـتـمـاءـ ،ـ لـذـاـ نـسـتـطـيـعـ تـصـحـيـحـ النـظـرـيـةـ السـابـقـةـ عـلـىـ النـحوـ التـالـيـ :

$$(A, \{S\}) \{S\} \subset A = S \in A.$$

$$(S) (S \in A) \equiv (S \in \{S\})^{(3)}$$

وـ هـذـهـ النـظـرـيـةـ تـقـرـرـ عـنـدـمـاـ يـكـوـنـ Sـ عـضـوـاـ فـيـ الـفـنـةـ الشـامـلـةـ ،ـ يـوـجـدـ عـلـىـ الأـقـلـ عـضـوـ Sـ لـلـعـضـوـ Sـ وـ أـنـ الـعـضـوـ Sـ يـكـوـنـ فـيـ هـوـيـةـ Identityـ معـ الـفـنـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ {S}ـ وـ فـيـ حـالـةـ أـنـ الـفـنـةـ Aـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ أـوـ تـسـاـوـيـ الـفـنـةـ Bـ بـ يـكـافـيـ بـأـنـ الـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ

1 - Rosser , "logic for mathematicians" .. P. 252

2 - Ibid. P. 253

3 - Ibid. P. 253

ذات العضو الواحد $\{S\}$ تكون متضمنة أو متساوية للفنة الفرعية ذات العضو الواحد
 S ، أي أن ، $(S, S) A \subseteq \{S\} S \equiv \{S\} USC \subseteq \{S\} USC$ ^(١).

و إذا كان لكل فنة أخرى متممة لها ، فإن متممة الفنة الفرعية ذات العضو الواحد
 $\{S\}$ تحتوي على جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفنة الشاملة ماعدا العضو الذي
يمثل الفنة $\{S\}$ أي $(S) \{S\} USC = 1 - \{S\} USC$ ^(٢).

و الفنة الفرعية ذات العضو الواحد تكون دائمًا فرعيّة للفنة الشاملة ، لأن
العضو الذي يمثلها يكون عضواً في الشاملة ، أي $(S) \{S\} USC \subseteq 1$.
 $A \subseteq 1 \subseteq S \{S\} USC = A$. ^(٣)

و هذه النظرية تقرر بأن الفنة A تكون متضمنة في الفنة الشاملة و تساويها يلزم
عن ذلك أن الفنة A تكون في هوية مع العضو S الذي يمثل فنة فرعية ذات عضو واحد و
يكون عضواً في الفنة A .

كما لا يوجد فرق بين الفنة ذات العضو الواحد $\{S\}$ و الفنة الفرعية ذات العضو
الواحد $\{S\}$ ، بمعنى أن الفنة ذات الواحد $\{S\}$ تكون في هوية مع الفنة الفرعية ذات
العضو الواحد $\{S\}$ أي $\{S\} USC = \{S\}$. ^(٤)

و على الرغم من أن روسيير في عرضه لهذا الموضوع و هو الفنة الفرعية ذات
العضو الواحد كان متذبذبًا في إقرار العلاقة بين الفنة ذات العضو الواحد بالفنة A فأحياناً
يقول إنها علاقة تضمن و أحياناً أخرى يقول إنها علاقة إنتماء إلا أنه في النهاية
أستقر به الأمر وافق بأن العلاقة بين الفنة ذات العضو الواحد والفنـة A هي علاقة تضمن
أي أن : $(A) \{S\} USC \subseteq (A)$. ^(٥) Inclusion

و على ذلك نستطيع القول بأن في حالة وجود عضو يمثل فنة ذات عضو واحد
فإن علاقة هذه الفنة بأي فنة أخرى هي علاقة تضمن و ليست علاقة إنتماء .

١ - Ibid. P. 254

٢ - Ibid. P. 254

٣ - Ibid. P. 254

٤ - Ibid. P. 255

٥ - Ibid. P. 255

٦ - Ibid. P. 255

ثانياً : الهوية بين الفنات

القول بأن التضمن هو علاقة بين فنلة وفنلة أخرى فرعية منها ، هذا لا يمنع بأن تكون كل من الفنات فنلة فرعية للأخرى و إذا كانت كل فنلة من الفنات اللتين بينهما علاقة

تضمن فنلة فرعية من الفنلة الأخرى هنا يكون تضمناً متبادلاً Mutual Inclusion

فالتضمن يكون متبادلاً إذا كانت كل من الفنات لهما نفس الأعضاء The Same Members و أن كل أعضاء الفنلة الأولى أعضاء في الفنلة الثانية و أيضاً أعضاء الفنلة الثانية أعضاء في الفنلة الأولى ،^(١) و هذا يعني أن كل عضو في الفنلة الأولى يحمل خصائص الفنلة الثانية و كل عضو في الفنلة الثانية يحمل خصائص الفنلة الأولى .

و يرمز للهوية بين الفنات بالرمز " = " حيث يعبر عادة عن الهوية بين الأفراد و هذا الرمز في الغالب يستخدم للتعبير عن التساوي بين الفنات و يعبر عن تضمن متبادل للفنات ويستخدم ليبنتز التساوي ليس بين الأفراد ولكن بين الفنات ،^(٢) و هذا يعني أن الرمز " = " يعبر عن الهوية بين الأفراد و الهوية بين الفنات في نفس الوقت .

فإذا كانت $A = B$ كانت $B = A$ أي ما دامت $A = B$ ينتج عن ذلك أن $B = A$ أي يمكن وضع الفنلة A مكان الفنلة B و وضع الفنلة B مكان الفنلة A و في هذه الحالة يتضح أن الفنلة A أو الفنلة B فنلة واحدة ، حيث تقول سوزان لانجر ، إذا كانت A ، B فناتين تحتويان على نفس الأعضاء فإن $A = B$.^(٣)

و يري بلانشي ، أن علاقة يساوي ثانوية بالنسبة لعلاقة التضمن ، فمن السهل يكون التساوي تضمناً في حين أن التضمن لا يكون تساوياً ، فإن علاقة التساوي = "ثانوية بالنسبة لعلاقة التضمن " \subset لأن تصوراً يكون منطقياً أبسط من سواه عندما يتضمنه بدون فرد و الحال فإن كل تساوي هو تضمن و لكن العكس غير صحيح و هكذا فإن التضمن هو مدرك أو سع و وبالتالي أبسط من التساوي .^(٤)

1 - Langer , op. cit. P. 125

2 - R. Feys , and F. Fitch , " Dictionary of symbols of mathematical logic , " north , Holland , publishing company , Amsterdam , 1969 , P. 95

3 - Langer , op. cit. P. 125

٤ - روبيير بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٠٠

و إذا كان مفهوم الهوية بين فنتين يقوم على تساوي الفنتين في عدد الأعضاء أي يكون للفنتين نفس الأعضاء فلا يلزم عن ذلك أن يكون للفنتين نفس المفهوم ، و أن بعض المناطقة يقولون الفنتين اللتين لهما نفس الأعضاء يختلفان في المفهوم ،^(١) مثل " حيوان يمشي على قدمين وليس له ريش " هو نفس مفهوم " الإنسان " ،^(٢) وهذا يعني أن الأعضاء التي تصدق عليها فنـة الحـيوان الذي يـمشـي على قـدـمـيـنـ وليس له رـيشـ هي نفس الأعضاء التي تصدق عليها فـنـةـ الإـنـسـانـ .

و يختلف التساوي بمعناه الحسابي أو العددي عن التساوي بمعناه المنطقي فالتساوي العددي لا يستلزم الهوية بالضرورة بينما كل هوية **I dentity** تستلزم التساوي العددي ، مثل $S = S$ هنا نجد أن S متغير وأن 15 عدد فلا يوجد هوية بين الطرفين ولكن الهوية بين الفنـات تستلزم التساوي العددي للأعضاء مثل $A = B$ أي أن A ، B فـنـةـ واحدـ وـ أنـ مـبـداـ الـهـوـيـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ وـ الـقـائـمـ عـلـىـ تـسـاـوـيـ الـأـعـضـاءـ بـيـنـ الـفـنـاتـ يـسـمـيـ مـبـداـ الـمـاـ صـدـقـ لـلـفـنـاتـ ،ـ آـيـ آـنـ $A = B$ هـذـاـ مـبـداـ يـسـمـيـ مـبـداـ **P rinciple**ـ الـمـاـ صـدـقـ لـلـفـنـاتـ طـالـمـاـ أـنـ الـفـنـاتـ الـتـيـ تـحـتـويـ نـفـسـ الـأـعـضـاءـ تـكـوـنـ فـيـ هـوـيـةـ ،ـ^(٣)ـ وـ إـذـاـ كـانـتـ الـهـوـيـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ تـقـرـرـ وـجـودـ نـفـسـ الـأـعـضـاءـ لـهـذـهـ الـفـنـاتـ فـيـ الصـيـغـةـ **F o rm u la**ـ $A = B$ ـ يـمـكـنـ تـحـلـ مـحلـهاـ الصـيـغـةـ $B = A$ ،ـ^(٤)ـ لـأـنـهـ لـافـرـقـ فـيـ القـوـلـ بـأـنـ الـفـنـةـ A ـ هـيـ الـفـنـةـ B ـ أـوـ الـفـنـةـ B ـ هـيـ الـفـنـةـ A

و يمكن التعبير عن الهوية بين الفـنـةـ A ـ وـ الـفـنـةـ B ـ عـلـىـ النـحـوـ التـالـيـ :-

$$A = B \equiv S(A) \equiv S(B).$$
^(٥)

إذا كانت الفـنـةـ A ـ فـيـ هـوـيـةـ معـ الـفـنـةـ B ـ هـذـاـ يـعـنـيـ أـنـ كـلـ عـضـوـ فـيـ الـفـنـةـ A ـ يـكـوـنـ عـضـوـاـ فـيـ الـفـنـةـ B ـ .ـ

و يمكن التعبير عن الهوية بين الفنـاتـ عن طريق الدوال **T h e Functions**

$$A = B \cdot A \circ C \cdot \emptyset \circ B.$$
^(٦)

1 - Langer , op. cit. P. 125

2 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 28

3 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 162

4 - Ibid. P. 162

5 - Copi , " Symbolic logic " , P. 178

6 - Quine , " set theory and its logic " , P. 334

أي في حالة وجود هوية بين الفئة أ والفئة ب فإن صدق دالة القضية ϕ يلزم عنها صدق دالة القضية ψ ب وأيضاً صدق دالة القضية ϕ أ يكون متكافئاً مع صدق دالة القضية ψ ب وهوية لا توجد بين الفئات فقط ، إنما توجد بين الأفراد أيضاً أي أن :

$$\text{س} = \text{ص} , \text{س} \in A . C . \text{ص} \in A . ^{(1)}$$

وهذا يعني عندما توجد هوية بين مجموعة من الأفراد فهذه الأفراد تمثل أعضاء لفئة واحدة ، فمثلاً عندما توجد هوية بين العضويين س ، ص فإنهما يكونان عضويين لفئة واحدة

و إذا كان لمبدأ الهوية دور فعال في المنطق الحديث هل نجد له جذوراً أرسطية ، أم أنه من إبداع المناطقة المحدثين ؟ في الحقيقة أن أرسطو وضع لنا الأساس الأول لما عرف بمبدأ الهوية في المنطق الحديث في حين لم يعتمد على مبدأ الهوية في بناء نسقه المنطقي ، لأن أرسطو من خلال نظرية القياس ونظرية الحدود ونظرية القضايا . لم يفسح المجال لمبدأ الهوية ليشارك في بناء نسقه المنطقي و هذا لا يقلل من أهمية مبدأ الهوية في نظر أرسطو ولكن النسق المنطقي الأرسطي نفسه لا يكون في حاجة إلى مبدأ الهوية ، فإننا نجد تعريفاً لمبدأ الهوية عند أرسطو ، حيث يقول في ذلك ، " فالذى بعينه للإنسان يصير ذا رجلين و قولنا مشاء ذو رجلين شيء واحد بعينه للإنسان فيصير الحي المشاء ذو الرجلين ولكن يلزم لهذا السبب أمر متكرر لأن الماء يحمل ذا الرجلين على حي مشاء ذي الرجلين وذلك أن بهذه الوجه يكون ذو الرجلين قد حمل على شيء واحد بعينه مرتين ولكن ذا الرجلين يقال على الحي المشاء ذو الرجلين فذو الرجلين أذن حمل مرة واحدة فقط " . ⁽²⁾

و يقول ديميتريو أن الهوية علاقة متعددة Transitive وتماثلية Symmetric في نفس الوقت أي أن : $A = B \equiv B = A$ ، $B = C . C = A$ ، ⁽³⁾ في حين أن التضمن علاقة متعددة و ليست تماثلية Non Symmetric فإذا كان

$$A \subset B . B \subset C . C \subset A$$

١ - Ibid. P. 332

٢ - أرسطو ، الطوبيقا ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٢ ص ٦٣٠ .

٣ - Dumitriu , " History of logic " vol. 4, P. 100

في حين إذا كانت $A \subseteq B$ لا تكون بالتالي $B \subseteq A$ ، لذا فالتساوي يعبر عن تضمن متبادل أي إذا كانت الفنلة A تساوي الفنلة B فالفنلة A تكون متضمنة في الفنلة B و الفنلة B تكون متضمنة في الفنلة A ، أي يكون لهما نفس الأعضاء بمعنى أن :

$$A \subseteq B \equiv (A \subseteq B) . (B \subseteq A).^{(1)}$$

و على الرغم من الاختلاف الواضح بين الهوية والتضمن ، إلا أن بول ، لم يدرك أهمية فكرة التضمن كفكرة أصلية و من ثم خلط التضمن بالمساواة و يعتبر بيرس ، أول من نبه إلى أهمية التضمن في منطق الفنات .⁽²⁾

و إذا كان التضمن بين فنتين A ، B يعني أن أعضاء الفنلة A تكون أعضاءً في الفنلة B و كل عضو في الفنلة A يحمل خصائص الفنلة B ، فبان وجود عضو واحد من أعضاء الفنلة A لا يكون عضواً في الفنلة B ينتج عن ذلك أن الفنلة A لا تكون متضمنة في الفنلة B ، و أن اختلاف التضمن عن الهوية هو وجود عضو على الأقل في الفنلة B لا يكون عضواً في الفنلة A ، أي أن وجود عضو من الفنلة A لا ينتمي إلى الفنلة B يلزم عن ذلك أن الفنلة A كلها لا تتضمن في الفنلة B أي الفنلة A ليست فنلة فرعية من الفنلة B و لابد أن تكون الفنلة B بها عضو زاد عن أعضاء الفنلة A كي تكون الفنلة A متضمنة في الفنلة B .⁽³⁾

ويرى كواين ، إذا كانت الفنلة الشاملة هي فنلة كل شيء Class Of Every Thing ، فإن كل فنلة تكون فنلة فرعية من الفنلة الشاملة ، فاي فنلة لابد أن تكون متضمنة في الفنلة الشاملة ،⁽⁴⁾ و إذا كانت كل فنلة لابد أن تكون لها فنلة شاملة تحتويها فمما ذكر عن الفنلة الشاملة نفسها ، يقول إيتون ، إن كل فنلة تكون متضمنة في نفسها ،⁽⁵⁾ و فنلة فرعية من نفسها مثل $A \subseteq A$ ، $B \subseteq B$ ،⁽⁶⁾ و على ذلك تكون الفنلة الشاملة متضمنة في نفسها و فنلة فرعية من نفسها أي $A \subseteq A$.

و إذا كانت الفنلة الفارغة هي فنلة اللاشيء Class Of No Thing أي هي الفنلة الخالية من الأعضاء و أن كل فنلة تحتوي على الأقل عضواً فإن الفنلة الفارغة تكون

1 - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 123

2 - د/ محمود فهمي زيدان ، المرجع السابق، ص ٩٦ .

3 - Langer , op. cit. P. 118

4 - Quine , " Mathematical logic " , P. 185

5 - Eaton , op. cit. P. 430

6 - Reichenbach , " Elements of symbolic logic " , P. 198

متضمنة في كل فنّة و يقول ريشنباخ ، أن الفنّة الفارغة تكون متضمنة في أي فنّة و الفنّة المتممة لها أي صفر $\subset A$ ، صفر $\subset A$ ، ^(١) بالإضافة إلى أن الفنّة الفارغة تكون فنّة فرعية لنفسها أي

صفر \subset صفر .

و إذا كنا نتحدث عن التضمن و نقول أن الفنّة متضمنة في الفنّة ب ، فإن عنايتنا تكون منصبة على الأفراد بأن جميع أعضاء الفنّة A ، أعضاء في الفنّة ب أيضا بصرف النظر عن الاتجاه العكسي لهذه العلاقة ، فلا أهمية لنا في معرفة ما إذا كان أعضاء الفنّة ب أعضاء في الفنّة A أم لا . ^(٢)

و نستطيع التعبير عن التضمن عن طريق اللزوم و ذلك عن طريق دوال القضايا .

$$(S) (S \in T \subset S \cdot h) \equiv (S \in F^{\wedge} (F \in T) \subset S \in F (F \in T)) \\ \equiv (S \in A \subset S \in B) \equiv A \subset B . \quad (3)$$

و إذا كان التضمن علاقة أساسية بالنسبة لمنطق الفنّات و أن المنطق الأرسطي كله منطق فنّات ، فما قيمة التضمن في المنطق الأرسطي ؟ يقول بلانشي المنطق الأرسطي بأسره يقوم على علاقة التضمن للفنّات و يظهر من خلال التسميات المميزة للحد الأكبر و الحد الأصغر و الحد الأوسط . ^(٤)

و على ذلك يكون التضمن بالنسبة لمنطق الأرسطي علاقة أساسية لأننا نجد أرسطو قام ببناء نسقه المنطقي على أساس التضمن بين الفنّات ففي نظرية القياس نجد الحد الأصغر يكون متضمناً في الحد الأوسط و الحد الأكبر و أن الحد الأوسط يكون متضمناً في الحد الأكبر و كذلك بالنسبة للحدود نجد أن النوع متضمن في الجنس و الجنس متضمن في جنس الإجناس ، و أيضاً الحد الجزئي متضمن في الحد الكلي و كذلك بالنسبة للقضية الكلية الموجبة عند أرسطو الموضوع متضمن في المحمول ، و أرسطو نفسه يؤكد على التضمن كعلاقة أساسية بين الفنّات ، بقوله ، " النوع إذا يحوي الأشخاص و

١ - Ibid. P. 198

٢ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦٤ .

٣ - نفس المرجع والصفحة .

٤ - بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٥١ .

الجنس يحوي النوع لأن الجنس كل ما و الشخص جزء و النوع كل و جزء " " ، (١) و على الرغم من أن أرسطو أشار إلى مبدأ الهوية بين الفنات إلا أنه لم يعتمد عليه في بناء نسقه المنطقي ، ولم يفسح المجال أمام مبدأ الهوية ليشارك في بناء نسقه المنطقي ، و السبب في ذلك أن النسق المنطقي الارسطي نفسه ليس في حاجة إلى الهوية و مع ذلك يكون أرسطو الواضع الحقيقي لمبدأ الهوية و ليس من إبداع المناطقة المحدثين .

ثالثاً : التضمن والتضمن الأصيل

القول بأن كل عضو من أعضاء الفنة الأولى يحمل خصائص الفنة الثانية و ينتمي إليها و لا يوجد عضو واحد في الفنة الأولى لا يحمل خصائص الفنة الثانية و ينتمي إليها فالفنية الأولى في هذه الحالة تكون متضمنة في الفنة الثانية .

و الصيغة $A \supset B$ تعني بأن الفنة A تكون متضمنة في الفنة B أو الفنة A تكون جزء من الفنة B أو الفنة A فرعية من الفنة B ، و الفنة A تكون جزء من الفنة B و فقط كل عضو في الفنة A يكون عضواً في الفنة B ، (٢) .

ويرى تار斯基 أنه عندما نقول الفنة A فرعية من الفنة B ، فإننا لا نقصد من ذلك استبعاد إمكان أن تكون الفنة B أيضاً فرعية من الفنة A ، فمن الممكن أن تكون كل من الفتنين A ، B فرعية للفنة الأخرى وبذلك تشتراك الفتنان في الأعضاء التي تدرج تحت كلِّ منها وفي هذه الحالة تكون هناك هوية بين الفنة A والفنية B . (٣)

و إذا كان التضمن يقوم بين فنة و فنة أخرى فرعية منها بمعنى احتواء أي فنة لفنة أخرى أقل منها في الأعضاء ، لذا فالصيغة $A \supset B$ تعني أن الفنة B تحتوي الفنة A وتزيد عنها على الأقل بعضو و أن كل أعضاء الفنة A ، أعضاءً في الفنة B ، ولا يوجد عضو من أعضاء الفنة A خارج نطاق الفنة B ، و هذا لا يمنع أن يكون التضمن قائماً بين فنة و فنة أخرى لها نفس الأعضاء و يكون التضمن في هذه الحالة تضمناً متبادلاً Inclusion Mutual فإذا كان التضمن متبادلاً ، فإنه يصبح تساوي فالفنية A تكون

١ - أرسطو ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٣ ، ص ١٠٧١

2 - Słupecki , and Borkowski , op. cit. P. 159

٣ - الفريد تار斯基 ، المرجع السابق ، ص ١١١ .

* انظر أيضاً : د/ ذكي نجيب محمود ، "المنطق الوضعي" ، الجزء الأول ، ص ١٩٤ .

مساوية للفنة ب إذا كانت الفنة أ متضمنة في الفنة ب و الفنة ب متضمنة في الفنة أ ، أي إذا كانت أفراد Individuals كل فنة هي أفراد الفنة الأخرى .^(١)

و عندما تكون العلاقة بين الفنة أ و الفنة ب علاقة تضمن متبادل ، فالفنـة أ و الفـنة ب يـكونـ لهـما نفسـ الأـعـضـاءـ وـ تكونـ عـلـاقـةـ هـوـيـةـ بـيـنـ الفـنـةـ أـ وـ الفـنـةـ بـ ،^(٢) وـ فيـ حـالـةـ وـ جـودـ عـضـوـ وـاحـدـ مـنـ الفـنـةـ أـ لـاـ يـنـتـمـيـ إـلـىـ بـ فـالـفـنـةـ أـ كـلـهـاـ تـكـونـ غـيرـ مـتـضـمـنـةـ Not Included فيـ الفـنـةـ بـ أـيـ الفـنـةـ أـ لـيـسـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ مـنـ الفـنـةـ بـ ، وـ هـذـاـ يـعـنـيـ أـنـهـ لـابـدـ أـنـ يـكـونـ فـيـ الفـنـةـ بـ عـضـوـ زـيـادـةـ عـلـىـ الـأـقـلـ عـنـ أـعـضـاءـ الفـنـةـ أـ كـيـ تـكـونـ الفـنـةـ أـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ الفـنـةـ بـ .^(٣)

وـ يـرـيـ تـارـسـكـيـ ،ـ إـذـاـ لـمـ تـوـجـدـ هـوـيـةـ بـيـنـ الفـنـاتـ أـيـ إـذـاـ كـانـ كـلـ عـضـوـ فـيـ الفـنـةـ أـ هـوـ عـضـوـ فـيـ الفـنـةـ بـ ،ـ بـيـنـاـ لـمـ يـكـنـ كـلـ عـضـوـ مـنـ أـعـضـاءـ الفـنـةـ بـ هـوـ عـضـوـ فـيـ الفـنـةـ أـ سـمـيـتـ فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ الفـنـةـ أـ الفـنـةـ فـرـعـيـةـ الـأـصـلـيـةـ الـمـتـعـلـقـةـ بـالـفـنـةـ بـ أـوـ بـاـنـهـاـ جـزـءـ مـنـ الفـنـةـ بـ ،ـ كـمـ يـقـالـ أـنـ الفـنـةـ بـ تـشـتـمـلـ عـلـىـ الفـنـةـ أـ عـلـىـ أـنـهـاـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ أـوـ عـلـىـ أـنـهـاـ جـزـءـ مـنـهـاـ ،^(٤) لـاـ نـجـدـ تـارـسـكـيـ يـقـرـرـ فـيـ حـالـةـ دـعـمـ وـجـودـ هـوـيـةـ بـيـنـ الفـنـاتـ وـ إـنـ كـلـ عـضـوـ مـنـ اـعـضـاءـ الفـنـةـ بـ لـاـ يـكـونـ عـضـوـاـ مـنـ اـعـضـاءـ الفـنـةـ أـ بـيـنـ الفـنـةـ أـ فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ تـكـونـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ أـصـلـيـةـ مـنـ الفـنـةـ بـ وـ فـيـ هـذـاـ الـحـالـةـ يـكـونـ التـضـمـنـ بـيـنـ الفـنـةـ أـ وـ الفـنـةـ بـ تـضـمـنـاـ أـصـلـاـ Proper Inclusion وـ لـيـسـ تـضـمـنـاـ مـتـبـادـلـاـ بـيـنـ الفـنـتـينـ ،ـ وـ يـؤـكـدـ هـذـاـ الـمـعـنـىـ Rosser بـقـولـهـ ،ـ أـنـ الصـيـغـةـ A ⊂ B تـعـنـيـ أـنـ الفـنـةـ Aـ فـنـةـ فـرـعـيـةـ أـصـلـيـةـ Proper Subclass منـ الفـنـةـ Bـ ،^(٥) وـ عـلـىـ ذـلـكـ Nـa~d~ R~o~s~e~r~ يـقـرـرـ بـأـنـ الرـمـزـ " ⊂ " يـشـيرـ إـلـىـ التـضـمـنـ الأـصـلـيـ بـيـنـ الفـنـاتـ .

وـ فـيـ حـالـةـ وـ جـودـ هـوـيـةـ بـيـنـ الفـنـةـ أـ وـ الفـنـةـ بـ أـيـ اـعـضـاءـ الفـنـةـ Aـ هـيـ نـفـسـهـاـ اـعـضـاءـ الفـنـةـ Bـ وـ لـاـ تـوـجـدـ اـعـضـاءـ زـيـادـةـ فـيـ الفـنـةـ Bـ عـنـ اـعـضـاءـ الفـنـةـ Aـ تـكـونـ عـلـاقـةـ عـكـسـيـةـ Converse وـ فـيـ نـفـسـ الـوقـتـ الفـنـةـ Aـ تـكـونـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ الفـنـةـ Bـ وـ الفـنـةـ Bـ

1 - Feys , and Fitch , op. cit. P. 94

* Suppes , P. , " Introduction to logic " , van nostrand company , INC , London , 1959 , P. 182
2 - Ibid. P. 182

3 - Langer , op. cit. P. 118

5 - Rosser , op. cit. P. 234

4 - الفـرـيدـ تـارـسـكـيـ ،ـ المـرـجـعـ السـابـقـ ،ـ صـ 112 .

متضمنة في الفنة أ أو يسمى التضمن العكسي أو المتبادل ،^(١) و يؤكد روسيير هذا المعنى بقوله الصيغة $A \supset B$ تعني أن الفنة A تكون متضمنة في الفنة B و الفنة B متضمنة في الفنة A أو الفنة A تكون فنة فرعية من الفنة B .^(٢)

لذلك يقترح بعض المناطقة التمييز بين التضمن و التضمن الأصيل ،^(٣) أي بين التضمن القائم على العلاقة العكسية بين فنتين و التي تقرر بأن كل فنة تكون متضمنة في الأخرى ولا توجد أعضاء زيادة في أي من الفنتين عن أعضاء الفنة الأخرى و بين التضمن الأصيل الذي يقرر بأن الفنة A تكون فنة فرعية أصلية من الفنة B و أن الفنة B بها على الأقل عضو زيادة عن أعضاء الفنة A ولا يكون التضمن في هذه الحالة تضمناً متبادلاً .

و للتفرقة بين التضمن و التضمن الأصيل نجد سوبيس في كتابه مقدمة في المنطق ، يقول الرمز " \supset " يشير إلى التضمن القائم على العلاقة العكسية أو التضمن المتبادل بين الفنتين ،^(٤) و هذا يعني أن سوبيس يقرر بأن الرمز " \supset " يشير إلى علاقة التضمن القائم على الهوية بين فنتين و لا توجد أعضاء زيادة في أي من الفنتين و كل فنة تكون فنة فرعية من الفنة الأخرى و هذا الرمز أقربه بعض المناطقة و خصوصاً روسيير ليشير إلى التضمن العكسي .

وتعني الصيغة $A \supset B$ أن الفنة A تكون متضمنة في الفنة B و لكن الفنة B لا تكون متضمنة في الفنة A ، وذلك أن الرمز " \supset " يعبر عن أن الفنة A تكون متضمنة تضمناً أصيلاً في الفنة B أو أن الفنة A فنة فرعية أصلية من الفنة B ، و السبب في ذلك أن هناك بعض الأعضاء في الفنة B التي لا تكون أعضاء في الفنة A ،^(٥) و على ذلك نجد أن الرمز " \supset " يشير إلى التضمن الأصيل بين الفنتين و الذي يعتمد على وجود أعضاء في الفنة الثانية لا تكون أعضاء في الفنة الأولى في حين أن كل عضو في الفنة الأولى يكون عضواً في الفنة الثانية .

١ - T. Grumberg , " Symbolic logic " vol , 2 , fenve , edebigat fakultesi , 1970 , P. 194

2 - Rosser , op. cit. P. 234

٣ - د/ محمد مهران ، مقدمة في المنطق الرمزي ، ص ٢٦٣ .

4 - Suppes , op. cit. P. 182

5 - Feys , and Fitch , op. cit. P. 94

* Suppes , op. cit. P. 182

انظر أيضاً

فإذا كانت أ هي فئة "الإنسان" و ب فئة "حيوان يمشي على قدمين وليس له ريش" فهنا نجد أن الفئة أ والفئة ب لهما نفس الأعضاء ولا توجد أعضاء زيادة في الفئة ب عن أعضاء الفئة أ ، و نعبر عن ذلك في حالة التضمن على النحو التالي :-

(أ ⊆ ب) . (ب ⊆ أ)

في حين لو كانت أ هي فئة الإنسان و أن ب هي فئة الحيوان ، فإن الفئة ب في هذه الحالة تزيد عن الفئة أ في عدد الأعضاء و أن كل عضو من أعضاء الفئة أ يكون عضواً من أعضاء الفئة ب ، و نستطيع التعبير عن هذا المعنى على النحو التالي :-

(أ ⊂ ب) . ~ (ب ⊂ أ)

ونجد سوبيس يقر بهذا المعنى بقوله :

إذا كانت $A \subseteq B$ فإن $A = B$ و إذا كانت $A \subset B$ فإن $A \neq B$ ،^(١)

لذا ففي حالة وجود تضمن متبادل بين فنتين أ ، ب فإن الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ هي نفس الأعضاء التي تدرج تحت الفئة ب أو أن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب إذا كانت العلاقة بين الفنتين أ ، ب تضمناً أصلياً ، فإن الفئة أ تكون في هوية مع الفئة ب ، وهذا يؤكده ملتيز مرة أخرى بقوله عندما نقول أن الفئة أ فئة فرعية من الفئة ب وفي نفس الوقت الفئة ب فئة فرعية من الفئة أ تكتب $A \subseteq B$ أي الفئة أ والفئة ب لهما نفس الأعضاء أو $A = B$ و في حالة $A \neq B$ تكتب $A \subset B$ و تعني أن الفئة أ ، فئة فرعية أصلية من الفئة ب .^(٢)

ويقر كواين بهذه التفرقة بين التضمن والتضمن الأصيل فهو يقرر بأن التضمن القائم على الهوية بين فنتين يكون متماثلاً في حين أن التضمن الأصيل غير متماثل ، حيث يقول ، التضمن يكون علاقة تماثلية أي $A \subseteq B \Leftrightarrow B \subseteq A$ ، ولكن التضمن الأصيل علاقة غير تماثلية^(٣) ، أي $A \subset B \Leftrightarrow B \not\subseteq A$ ، فلو قلنا فئة الإنسان متضمنة في الفئة الحيوان فلا يصح القول بأن فئة الحيوان تكون متضمنة في فئة الإنسان ، و ذلك لوجود بعض الأعضاء في فئة الحيوان لا تكون أعضاء في فئة الإنسان ، في حين لو قلت أن فئة الإنسان متضمنة في فئة "حيوان يمشي على قدمين وليس له ريش" هذا لا يمنع القول بأن فئة حيوان يمشي على قدمين و بدون ريش متضمنة في فئة الإنسان .

1 - Suppes , op. cit. P. 181

2 - Malitz , "Introduction to mathematical logic" . P. 3

3 - Quine , "Mathematical logic" . P. 185

و علاقـة التضـمن الأصـيل عـلاقـة متـعدـية ، أي $A \subseteq B \subseteq C \subseteq D$.⁽¹⁾
 فـلو قـلـنا أـن فـنـة الـإـسـان مـتـضـمنـة فـي فـنـة الـحـيـوان و أـن فـنـة الـحـيـوان مـتـضـمنـة فـي فـنـة الـكـانـنـات
 الـحـيـة يـلـزـم عـن ذـلـك أـن فـنـة الـإـسـان تـكـوـن مـتـضـمنـة فـي فـنـة الـكـانـنـات الـحـيـة ، لـذـا تـكـوـن عـلاقـة
 التضـمن الأصـيل عـلاقـة متـعدـية و غـير تـماـثـلـيـة .⁽²⁾

و يـضـيف كـواـين ، بـأن عـلاقـة التضـمن القـائم عـلـى الـهـوـيـة " \subseteq " تـكـوـن عـلاقـة
 متـعدـية و تـماـثـلـيـة ، حـيث يـقـول أـن عـلاقـة التضـمن " \subseteq " تـكـوـن عـلاقـة متـعدـية و تـماـثـلـيـة بـحـيث
 $A \subseteq B \subseteq C \subseteq D$.⁽³⁾

و عـلـى ذـلـك نـسـطـيع القـول بـأن التضـمن الأصـيل عـلاقـة متـعدـية و غـير تـماـثـلـيـة ، فـي حين
 أـن التضـمن " \subseteq " يـكـوـن عـلاقـة متـعدـية و تـماـثـلـيـة .

و ثـمـة فـارـق أـخـر بـيـن التـضـمن و التـضـمن الأـصـيل يـقـرـبـه الدـكـتوـر محمد مـهـرـان و
 ذـلـك بـقولـه ، يـمـكـنـنا أـن نـتـبـيـن أـن الفـنـة فـي حـالـة التـضـمن تـكـوـن دـائـمـاً فـنـة فـرـعـيـة لـنـفـسـها إـذـا
 أـن $A = A$ دـائـمـاً و لـكـن فـي حـالـة التـضـمن الأـصـيل يـسـتـحـيل أـن تـكـوـن الفـنـة فـنـة فـرـعـيـة
 لـنـفـسـها إـذـا لـيـمـكـن أـن يـكـوـن هـنـاك عـضـو فـي A لـيـكـوـن عـضـوـاً فـي B .⁽⁴⁾

و مع ذـلـك هل المـنـطـقـي الـأـرـسـطـي و الـذـي يـعـد منـطـقـة فـنـات و القـائم عـلـى التـضـمن بـيـن
 الفـنـات ، وضعـفـي اـعـتـبارـه منـ خـلـال بنـاء نـسـقـه المـنـطـقـي التـضـمن الأـصـيل أم التـضـمن
 المـتـبـادـل ؟ فـي الحـقـيقـة أـن اـرـسـطـو منـ خـلـال بنـاء نـسـقـه المـنـطـقـي اـقـتـصـر فـقط عـلـى
 التـضـمن الأـصـيل و لم يـفـسـح المـجـال لـلـتـضـمن المـتـبـادـل ليـشـارـك فـي بنـاء نـسـقـه المـنـطـقـي و
 السـبـبـ في ذـلـك أـن النـسـقـ المـنـطـقـي الـأـرـسـطـي لـيـكـوـن فـي حـاجـة إـلـي التـضـمن المـتـبـادـل ،
 فـبـالـنـظـر فـي النـظـريـات المـنـطـقـيـة الـأـرـسـطـيـة و خـصـوصـا نـظـريـتـه فـي الـقـيـاسـ نـجـد أـن العـلاقـة
 بـيـن الـحدـودـ الـتـي يـتـكـوـنـ مـنـهـا الـقـيـاسـ هـي عـلاقـة تـضـمنـ أـصـيلـ و أـنـ الفـضـيـة الـكـلـيـة الـمـوـجـبةـ
 تـوجـبـ عـلاقـة التـضـمنـ أـصـيلـ بـيـنـ الـمـوـضـوـعـ وـ الـمـحـمـولـ ، وـ كـذـلـكـ الـحدـ الـجـزـئـيـ يـكـوـنـ
 مـتـضـمنـاـ فـيـ الـحدـ الـكـلـيـ تـضـمنـاـ أـصـيلـاـ وـ أـيـضاـ الـحدـ الـمـوـجـبـ وـ الـحدـ الـسـالـبـ وـ عـلاقـتـهـمـاـ
 بـالـجـنـسـ يـكـوـنـ تـضـمنـاـ أـصـيلـاـ وـ عـلـىـ ذـلـكـ نـسـطـيعـ أـنـ نـقـرـرـ بـانـ اـرـسـطـوـ فـيـ بنـاءـ نـسـقـهـ
 المـنـطـقـيـ وضعـفـي اـعـتـبارـه التـضـمنـ أـصـيلـ وـ لـيـسـ التـضـمنـ القـائمـ عـلـىـ الـهـوـيـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ .

1 - Słupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

2 - Ibid. P. 161

3 - Quine , " Set theory and its logic " , P. 83

٤ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٢٣

و نستطيع أن نوضح الفرق بين التضمن والتضمن الأصيل عن طريق الاستدلالات التالية :-

إذا كانت $A \subseteq B$. $B \subseteq C$. $C \subseteq J$

إذا كانت $A \subseteq B$. $B \subseteq C$. $C \subseteq J$.⁽¹⁾

فالاستدلال الأول يوضح بأن التضمن يكون علاقة متعددة والاستدلال الثاني يقرر بأن التضمن الأصيل يكون علاقة متعددة أيضاً.

$(A, B) A \subseteq B . C . B \subseteq J$

$(A, B) A \subseteq B \equiv A \subseteq B . \sim (B \subseteq J)$.⁽²⁾

إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B تضمنناً متبادلاً يلزم عن ذلك إن الفئة B تكون متضمنة في الفئة A تضمنناً متبادلاً ، و إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B تضمنناً أصيلاً هذا يكفي أن الفئة A تكون متضمنة في الفئة B و الفئة B لا تكون متضمنة في الفئة A .

$A \subseteq B . B \subseteq J . C . A \subseteq J$.⁽³⁾

و هذا يعني إذا كانت الفئة A متضمنة تضمنناً أصيلاً في الفئة B ، و الفئة B متضمنة تضمنناً متبادلاً في الفئة J يلزم عن ذلك أن الفئة A تكون متضمنة في الفئة J تضمنناً أصيلاً .

$(A, B) A \subseteq B \equiv A \cap B = A$

$(A, B) A \subseteq B \equiv A \cap B = \text{صفر}$

$(A, B) A \subseteq B \equiv A \cup B = B$

$(A, B) A \subseteq B \equiv A \cap B = A$.⁽⁴⁾

وهذا يعني في حالة الفئة A تكون متضمنة في الفئة B فإن حاصل الضرب المنطقي للفئة A و الفئة B يكون الفئة A ، وفي حالة الفئة A تكون متضمنة في الفئة المتممة B فإن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A و الفئة B تكون في هوية مع الفئة الفارغة ، و في حالة الفئة A تكون متضمنة في الفئة B فإن الفئة الناتجة عن حاصل جمع

1 - Suppes , op. cit. P. 182

2 - Rosser , op. cit. P. 236

3 - Quine , " Set theory and its logic " , P. 84

4 - Rosser , op. cit. P. 234

الفنة أ أو الفنة ب تكون في هوية مع الفنة ب ، وفي حالة الفنة أ تكون متضمنة في الفنة ب فإن الفنة الناتجة عن حاصل جمع الفنة أ أو الفنة ب تكون في هوية الفنة الشاملة .

$$(A, B) \sqsubseteq B \sqsubseteq A \quad (1)$$

و إذا كانت الفنة أ متضمنة في الفنة ب يكفي أن الفنة المتممة ب تكون متضمنة في الفنة المتممة أ .

$$A \sqsubseteq B = A \sqsubseteq B . \quad (2)$$

و إذا كانت الفنة أ متضمنة في الفنة ب تضمناً أصيلاً يكفي بأن الفنة أ تكون متضمنة في الفنة ب تضمناً أصيلاً و الفنة أ لا تكون في هوية مع الفنة ب .

و على ذلك فالفنية الفارغة تكون متضمنة في أي فنة تضمناً أصيلاً ، أما الفنة ذات العضو الواحد تكون متضمنة في أي فنة كلية تضمناً أصيلاً ، أما الفنة المتممة لأنها فنية وجودية تكون متضمنة في الفنة الشاملة تضمناً أصيلاً وفي حالة أن الفنة المتممة تكون متممة للفنة الشاملة أي إنها فنة فارغة تكون أيضاً متضمنة في أي فنة تضمناً أصيلاً ، وبالنسبة للفنة المشتركة تكون بالتأكيد متضمنة في الفنة الشاملة التي تحتوي على الفتيين الناتجة عنهما تضمناً أصيلاً و أن كل فنة من هذه الفنات تكون متضمنة في نفسها تضمناً متبادلاً .

رابعاً : التضمن والإنتفاء

الفنية عبارة عن مجموعة من الأعضاء تشتراك في خصائص معينة وكل عضو يحمل هذه الخصائص ، وكل فنة تحتويها فنة أكبر منها في عدد الأعضاء وهذه الفنة الأكبر تحتوي على خصائص معينة لا تحتويها الفنة المندرجة تحتها ، لذلك توجد علاقة بين الفنة بفنية فرعية منها وأيضاً توجد علاقة بين العضو والفنية .

فبيان الصيغة $A \sqsubseteq B$ يعني أن الفنة أ تكون متضمنة في الفنة ب أي الفنة أ متضمنة في الفنة ب أو الفنة أ تكون فنة فرعية من الفنة ب إذا كانت جميع أعضاء الفنة أ أعضاء في الفنة ب ، ⁽²⁾ فالالتضمن لا يكون بين الفنة وأعضائها ولكن يكون بين الفنة

1 - Ibid. P. 236

2 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 164

3 - Reichenbach , " Elements of symbolic logic " , P. 198

والفنية الفرعية منها⁽¹⁾ مثال ذلك ، جميع الأفراد الذين ولدوا في الولايات المتحدة أمريكيين ، فالفنية الأولى وهي فنية الأفراد الذين ولدوا في الولايات المتحدة متضمنة في الفنية الثانية وهي فنية الأمريكان .

وإذا كان التضمن علاقة تنشأ بين فنية وفنية فرعية منها فإن الاتنماء علاقة تنشأ بين شئ وفنية او عضو وفنية ينتمي إليها ، فالتضمن يقوم بين فنية وفنية Class And Member And Class أخرى إنما الاتنماء يقوم بين عضو وفنية⁽²⁾ ، فلو قلنا " الأسود حيوانات " تتطوي تحت تضمن فنية في فنية أخرى بينما يصبح الأسد عضواً في فنية الأسود وأيضاً عضواً في فنية الحيوانات في نفس الوقت ، وكذلك لو قلنا " الكلب حيوانات " هنا تكون علاقة تضمن بين فنية الكلب وفنية الحيوانات ولكن الكلب يكون عضواً في كل فنية من فنية الكلب وفنية الحيوانات ،⁽³⁾ فوجود عضو ينتمي إلى فنتين معاً بحيث لا يوجد عضو من الفنية الأولى خارج عن الفنية الثانية يلزم عن ذلك تضمن ، ووجود تضمن فنية في فنية أخرى يلزم عنه العضو الذي ينتمي إلى الفنية الأولى ينتمي إلى الفنية الثانية ، فعلاقة التضمن يلزم عنها الاتنماء وعلاقة اتنماء أعضاء الفنية الأولى إلى الفنية الثانية في نفس الوقت يلزم عنه التضمن بين هاتين الفنتين .

إن الاتنماء علاقة خاصة بالفنات ولا نجد مثلاها في حساب القضايا Calculus of Propositions حيث يقول ، الرمز " ⊂ " يشير إلى تضمن فنية في فنية ولكن الجديد في حساب الفنات The Calculus Of Classes وليس له نظير في حساب القضايا هو ادخال رمز " ∈ " للتدليل على اتنماء فرد إلى فنية ، وبذلك تعد علاقة الاتنماء خاصة ومقصورة على الفنات ولا يوجد ما يماثلها في حساب القضايا .

ويرى رسل أنه إذا كان س عضواً يحمل خصائص الفنية A ، فإن العضو س ينتمي إلى الفنية A ، فعندما نقول " سocrates إنسان " هذه القضية تعبر عن علاقة بين سocrates وبين التصور إنسان أي علاقة بين سocrates والجنس البشري أي بين عضو وفنية كل وهذا الذي

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

2 - Reichenbach , op. Cit. P. 198

3 - Ibid. P. 198

نعبر عنه بقولنا " سocrates ينتمي إلى الجنس البشري " ^(١) ، وهذا يعني عندما يوجد فرد يحمل خواص فئة معينة فهذا الفرد يكون عضواً في هذه الفئة و تكون العلاقة بين العضو والفئة علاقة انتمام

ولا يوجد اختلاف في قراءة الصيغة $S \in A$ لأن S عضو في الفئة A أو S يحمل خصائص الفئة A فالمعنى في كلتا الحالتين واحد لأن قولنا S عضو من أعضاء الفئة A هو نفس المعنى عندما نقول بأن S يحمل خصائص الفئة A ، فقولنا في قراءة الصيغة $S \in A$ بأن S يكون عضواً في الفئة A أو S يحتوي على خصائص الفئة A يكون معنى واحد ولا يوجد فرق واضح بينهما . ^(٢)

كما يرى كواين أنه لا يوجد اختلاف بين الفئات أو الخواص التي تحتويها تلك الفئات ، فعندما تكون لدينا الصيغة $A \subseteq B$ لا نجد فرقاً في قولنا بأن الفئة A متضمنة في الفئة B أو الفئة A تحتوي على خصائص الفئة B ، حيث يقول ، لا يوجد اختلاف بين الفئات والخصائص التي تحتويها تلك الفئات فوجود الخصائص يستلزم وجود الموضوعات التي تحتوي هذه الخصائص ، ^(٣) وهذا يعني إننا لكي نقرر وجود خصائص للفئة لابد أن يكون للفئة أعضاء تحمل هذه الخصائص لذلك عندما نقول الفئة A متضمنة في الفئة B هذا القول لا يختلف كثيراً عن قولنا بأن الفئة A تحمل خصائص الفئة B ، فاللتضمن بين فنتين يقر بأن كل عضو من أعضاء الفئة الأولى يحمل خصائص الفئة الثانية بجانب خصائص الفئة الأولى .

وعادة ما يعبر عن الانتمام بالصيغة $S \in A$ وتعني بأن S عضو في الفئة A أو S يحمل خصائص الفئة A ، ^(٤) وعندما S لا يكون عضواً في الفئة A يكتب $S \notin A$ ، ^(٥) وتقرأ أن S ليس عضواً في الفئة A أو S لا يحمل خصائص الفئة A .

والنفي بالنسبة للتضمن بين الفئة A والفئة B هي $A \subseteq B$ وتقرأ بأن الفئة A لا تكون متضمنة في الفئة B أو الفئة A ليست فئة فرعية من الفئة B أو الفئة A لا

١ - رسول ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ص ١٣٩

2 - Quine , " Mathematical logic " , P. 120

3 - Ibid. p. 120

4 - Ibid. p. 120

5 - Matitz , op. cit. P. 2

تحمل خصائص الفنـة بـ ، وليس معنى ذلك أن الفنـة أـ غير متضمنـة في أي فنـة أخرى ولكن الفنـة أـ تكون متضمنـة في فنـة أخرى أكبر منها في الأعضـاء طالما كل عضـو في الفنـة أـ يكون عضـواً في الفنـة التي تدرج تحتـها أو على الأقل تكون متضمنـة في نفسها فـكل فنـة ، فـنـة فـرعـية لنفسـها أي أـ بـ .

وأن النـفي لعـلاقة اـنتـماء عـضـو بالـنـسـبة لـفنـة سـ يـعـني أن العـضـو سـ لا يـنـتـمـي إـلـى أي فـنـة ولـكـنـ لـابـدـ أنـ يـكـونـ عـضـواً فـي فـنـةـ ماـ أوـ عـلـىـ الـأـقـلـ سـ نـفـسـهـ يـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ .

ويرـى كـواـينـ ، إنـ الفـنـةـ مـاـ هـيـ إـلـاـ تـصـورـ لـأـحـدـاثـ وـاقـعـيـةـ مـلـمـوـسـةـ فـيـ الـوـاقـعـ وـالـأـحـدـاثـ مـاـ هـيـ إـلـاـ أـعـضـاءـ لـفـنـةـ مـاـ ، حـيـثـ يـقـولـ ، يـجـبـ أنـ نـلـاحـظـ أـنـ النـاسـ ذـوـاتـ وـاقـعـيـةـ أـوـ يـجـبـ أنـ نـنـظـرـ لـلـأـحـدـاثـ كـمـوـضـوعـاتـ وـاقـعـيـةـ وـتـفـسـرـ النـاسـ كـفـنـاتـ لـأـحـدـاثـ .⁽¹⁾

أـنـ التـفـرـقـةـ بـيـنـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ القـائـمـةـ بـيـنـ فـنـةـ وـفـنـةـ أـخـرـىـ فـرعـيـةـ مـنـهـاـ وـعـلـاقـةـ الـأـنـتـماءـ القـائـمـةـ بـيـنـ عـضـوـ وـفـنـةـ أـمـرـ هـامـ مـنـ النـاحـيـةـ الـمـنـطـقـيـةـ ، ذـلـكـ فـيـجـبـ أـنـ نـمـيـزـ بـيـنـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ وـعـلـاقـةـ الـأـنـتـماءـ لـأـنـ الـخـلـطـ بـيـنـهـمـ يـؤـديـ إـلـىـ نـوـعـ مـنـ التـناـقـضـاتـ يـسـمـيـ أـغـالـيـطـ Type Fallacies فالـحـالـةـ الـتـيـ تـكـوـنـ فـيـهـاـ الصـيـغـةـ Aـ بـ صـادـقـةـ قـدـ تـصـدـقـ فـيـهـاـ A~Bـ وـقـدـ لـاـ تـصـدـقـ ،⁽²⁾ ويـوـكـدـ كـواـينـ هـذـاـ الـمـعـنـىـ بـقـوـلـهـ ، فـنـةـ الـقـطـطـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـحـيـوانـاتـ وـلـكـنـ لـاـ تـكـوـنـ عـضـواـ فـيـهـاـ لـأـنـ كـلـ قـطـ حـيـوانـ وـلـكـنـ فـنـةـ الـقـطـطـ لـاـ تـكـوـنـ حـيـوانـاـ .⁽³⁾

كـذـلـكـ لوـ قـلـاـ "ـ الـكـلـابـ حـيـوانـاتـ "ـ هـنـاـ نـجـدـ أـنـ فـنـةـ الـكـلـابـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـحـيـوانـاتـ أـيـ A~Bـ وـلـكـنـ فـنـةـ الـكـلـابـ لـاـ تـكـوـنـ عـضـواـ فـيـ فـنـةـ الـحـيـوانـاتـ أـيـ A~Bـ لـأـنـ كـلـ كـلـبـ يـكـوـنـ حـيـوانـاـ وـلـكـنـ فـنـةـ الـكـلـابـ لـاـ تـكـوـنـ حـيـوانـاـ ، لـذـاـ فـيـ حـالـةـ صـدـقـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ بـيـنـ فـنـةـ Aـ وـفـنـةـ Bـ فـيـ عـلـاقـةـ الـأـنـتـماءـ بـيـنـ فـنـةـ Aـ وـفـنـةـ Bـ تـكـوـنـ كـاذـبـةـ ، وـالـسـبـبـ فـيـ ذـلـكـ إـنـنـاـ لـاـ نـسـتـطـيـعـ أـنـ نـعـتـبـرـ فـنـةـ عـضـواـ فـيـ الـوـقـتـ نـفـسـهـ .

1 - Quine , " Mathematical logic " , P. 122

2 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P.225

3 - Quine , " Mathematical logic " , P. 185

أما الحالة الثانية والتي أقربها كواين ، وهي عندما تصدق علاقة الانتماء بين أ ، ب فإن علاقة التضمن بين أ ، ب لا يلزم أن تكون صادقة ، فيرى الحالة التي تصدق فيها الصيغة $A \in B$ قد تكون فيها الصيغة $A \subset B$ صادقة ،^(١) فالقول بأن قريش قبيلة عربية يدل على أن قريش مأخوذة كوحدة واحدة عضو في فئة القبائل العربية ولكنها ليست متضمنة في القبائل العربية لأننا لا نستطيع أن نقول كل فرد فيها إنه قبيلة عربية ،^(٢) وكذلك لو قلنا مصر دولة عربية أي مصر عضو من أعضاء فئة الدول العربية ، إلا أن مصر لا تكون متضمنة في فئة الدول العربية لأننا لا نستطيع القول كل فرد في مصر يمثل عضو في فئة الدول العربية ، وعلى ذلك الحالة التي تصدق فيها العلاقة $A \in B$ لابد أن تكذب فيها العلاقة $A \subset B$ لأن في حالة صدق الصيغة $A \subset B$ في الوقت التي تصدق فيه الصيغة $A \in B$ تكون أ عضواً وفئة في نفس الوقت وهذا مستحيل.

ويرى رسل أن الفضل يرجع إلى بيانو في التمييز بين التضمن والانتماء ، ورسل يرى أن الفرق بين التضمن والانتماء كالفرق بين علاقة النوع بالجنس وعلاقة الفرد بالنوع في المنطق الأرسطي وليس معنى ذلك أن أرسطو فرق بين التضمن والانتماء ولكن مفهوم التضمن ومفهوم الانتماء رجع به رسل إلى المنطق الأرسطي ، حيث يقول ، يرجع الفضل في التمييز بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء الذي أصر على التمييز بينهما وهو بيانو والفرق بينهما كالفرق بين علاقة الفرد بالنوع وعلاقة النوع بالجنس أو كالفرق بين علاقة سقراط لفئة الإغريق وعلاقة الإغريق بفئة الناس ،^(٣) فإذا كان النوع يعبر عن فئة والجنس يعبر أيضاً عن فئة ، فإن العلاقة بين النوع والجنس هي علاقة تضمن وإذا كان النوع يحتوي على مجموعة من الأعضاء فالعلاقة بين كل عضو بالنوع ما هي إلا علاقة إنتماء ، وبذلك يكون أرسطو قد وضع لنا الأساس الأول لما عرف بالانتماء مع أنه لم يفرق بين العلاقتين لأنه لا يعتمد على الانتماء في بناء نسقه المنطقي وإنما اقتصر على التضمن .

وعلى ذلك تكون العلاقة بين الفرد بالنوع والفرد بالجنس هي علاقة إنتماء ، فيرى أرسطو في ذلك أن النوع يحمل على الشخص والجنس يحمل على النوع وعلى الشخص ، والنوع الذي هو نوع فقط يحمل على جميع الأشخاص ،^(٤) وهذا يعني أن

١ - Ibid. p. 185

٢ - د/ محمد مهران ، "مقدمة في المنطق الرمزي" ، ص ٢٦١

٣ - رسل ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ص ٥٣

٤ - أرسطو ، فرفريوس ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٣ ، ص ١٠٧٠

علاقة التضمن موجودة في المنطق الأرسطي وأنها علاقة أساسية في بناء النسق المنطقي وأيضاً علاقة الانتماء موجودة في المنطق الأرسطي وتظهر بوضوح من خلال العلاقة بين النوع والفرد أو الجنس والفرد ، لأن هي علاقة بين العضو والفنـة الذي ينتمي إليها ، والذي جعل أرسطـو لم يفرق بين عـلـاقـةـ التـضـمـنـ وـعـلـاقـةـ الـانـتـماءـ هوـ أنـ النـسـقـ المنـطـقـيـ الأـرـسـطـيـ لاـ يـكـوـنـ فـيـ حـاجـةـ إـلـىـ عـلـاقـةـ الـانـتـماءـ وـأـنـ أـرـسـطـوـ اـعـتـدـ عـلـىـ الـكـلـيـاتـ وـلـيـسـ الـجـزـئـيـاتـ فـيـ بـنـاءـ نـسـقـهـ الـمـنـطـقـيـ وـبـذـلـكـ يـكـوـنـ أـرـسـطـوـ قدـ أـفـرـ بـعـلـاقـةـ الـانـتـماءـ بـجـانـبـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ .

والفرق الأساسي بين عـلـاقـةـ التـضـمـنـ وـعـلـاقـةـ الـانـتـماءـ ، أـنـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ

، فإذا كانت $A \supset B \supset C \supset A$ ^(١) ،

ويؤكد هذا المعنى الكسندر بقوله فلو كانت فـنـةـ القـطـطـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـثـدـيـاتـ وـفـنـةـ الـثـدـيـاتـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـفـقـرـيـاتـ يـلـزـمـ عـنـ ذـلـكـ أـنـ فـنـةـ القـطـطـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـفـقـرـيـاتـ ، لـذـاـ إـذـاـ كـانـتـ فـنـةـ الـأـولـىـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـثـانـيـةـ وـفـنـةـ الـثـانـيـةـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـثـالـثـةـ يـلـزـمـ عـنـ ذـلـكـ أـنـ فـنـةـ الـأـولـىـ تـكـوـنـ مـتـضـمـنـةـ فـيـ فـنـةـ الـثـالـثـةـ .^(٢)

وإذا كان التضمن عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ ، فـإـنـهـ لـيـسـ عـلـاقـةـ تـمـاثـلـيـةـ ، وـهـذـاـ يـعـنـيـ إـذـاـ كـانـ أـ

$C \supset B$ لاـ يـلـزـمـ عـنـ ذـلـكـ أـنـ $B \supset A$.^(٣)

وكان لكوبـيـ فيـ هـذـاـ رـأـيـ آـخـرـ ، حيثـ يـرـىـ أـنـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ وـتـمـاثـلـيـةـ فـيـ نفسـ الـوقـتـ ، حيثـ يـقـولـ فـيـ كـتـابـةـ مـقـدـمـةـ فـيـ الـمـنـطـقـ ، عـلـاقـةـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ وـتـمـاثـلـيـةـ فـإـذـاـ كـانـتـ $A \supset B$ إذـنـ $B \supset A$ ،^(٤) نـعـمـ إنـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ وـلـكـنـهـ لـيـسـ عـلـاقـةـ تـمـاثـلـيـةـ وـأـنـ كـوـبـيـ عـنـدـمـاـ ضـرـبـ لـنـاـ مـثـالـاـ لـيـبـرـرـ ، مـوـقـعـهـ بـأـنـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ تـمـاثـلـيـةـ فـإـنـهـ لـمـ يـدـرـكـ الـعـلـاقـةـ بـيـنـ أـيـ فـنـةـ وـفـنـةـ الـمـتـمـمـةـ لـهـاـ فـيـ بـاـنـ الـفـنـةـ A ، فـفـيـ الـحـالـةـ الـأـولـىـ $A \supset B$ التـضـمـنـ قـائـمـ بـيـنـ A ، B وـفـيـ الـحـالـةـ الـثـانـيـةـ $B \supset A$ التـضـمـنـ قـائـمـ بـيـنـ A ، B ، وـعـلـىـ ذـلـكـ يـكـوـنـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ غـيرـ تـمـاثـلـيـةـ وـالـحـالـةـ الـوـحـيدـةـ الـتـيـ يـكـوـنـ فـيـهـاـ التـضـمـنـ عـلـاقـةـ تـمـاثـلـيـةـ إـذـاـ كـانـ الـفـنـةـ A ـ فـيـ هـوـيـةـ بـأـيـ أـنـ :

1 - Basson , and O'conner , " Introduction to symbolic logic " . P. 153

2 - Alexander , op. cit. P. 164

3 - Ibid. P. 163

4 - Copi , " symbolic logic " , P. 339

$$A = B \Leftrightarrow B \in A$$

وبالنسبة للانتماء يقرر كل من بيسون وأكونر بأن الانتماء علاقة غير متعددة ، وذلك بقولهما ، علاقة الانتماء لا تكون علاقة متعددة فإذا كان جون عضوا من بريطانيا وبريطانيا عضوا في الولايات المتحدة لا يكون جون بالتالي عضوا في الولايات المتحدة لأن بريطانيا دولة وليس فرد ، ^(١) وكذلك إذا كان حسن من مصر وكانت مصر عضوا في منظمة الأمم المتحدة فلا ينتج عن ذلك أن حسن عضو في منظمة الأمم المتحدة لأن الدول وحدتها أعضاء في منظمة الأمم المتحدة وليس الأفراد .

كما يرى ألكسندر ، أن الانتماء علاقة تماثلية أي أن ، إذا كان الانتماء علاقة غير متعددة فهي أيضا غير تماثلية ، فإذا كان جون يعيش في برستول فإن جون عضو في فنة الأفراد الذين يعيشون في برستول ولكن فنة الذين يعيشون في برستول لا تكون عضوا في جون ، ^(٢) وأيضا إذا كان سocrates عضوا في فنة الإنسان ، فإن فنة الإنسان لا تكون عضوا في سocrates .

ويرى كواين ، إذا كان س عضوا في الفئة A ، فإن س لا يكون في هوية مع A وإذا كان A لا يمثل فنة فإن س يكون في هوية مع A ، ففي حالة س يكون عضوا في A أي له خصائص A سواء أفنته وليس فنة فإذا كان A لا يمثل فنة فإن :

$$(S \in A) \equiv S = A$$

$$\text{وإذا كان } A \text{ يمثل فنة فإن : } \sim (S \in A) \equiv S = A$$

$$\text{أو } (S \in A) \equiv S \neq A. \quad (٣)$$

بمعنى إذا كان س عضوا في A أي يحمل خصائص A فهي حالة A يمثل فنة فإن س لا تكون في هوية مع A وفي حالة A يمثل عضوا فإن س يكون في هوية مع A ، أي كل من A ، س يحملان نفس الخصائص .

١ - Basson , and O'connor , op , cit , P. 153

* Suppes, op. cit. P. 178

* انظر أيضا

* رسيل ، أصول الرياضيات ، الجزء الأول ، ص ٥٢ .

2 - Alexander , op. cit. P. 164

3 - Quine , " Mathematical logic " , P. 123

وإذا كان s ، ص عضوين بينهما هوية فإنها يندرجان تحت فئة واحدة وإذا كان A فنتين بينهما هوية فإن كل عضو يندرج تحت الفئة A يندرج أيضاً تحت الفئة B والعكس صحيح ، حيث يقول كواين ، إذا كان $s = \text{ص}$ و $\text{ص} \in A$ ينتج عن ذلك :

$$(s \in A) \equiv (\text{ص} \in A)$$

وإذا كان A ، B فنتين $(s, \text{ص})$ عضوين وأن $A = B$ فإن :

$$(s \in A) \equiv (s \in B).^{(1)}$$

كما نجد كل من سلوبي斯基 وبوركوسكي ، يقران بوجود هوية بين الأفراد وذلك في حالة أن جميع الأفراد يكونون أعضاءً للفئة A أو ليس أعضاءً للفئة A وذلك بقولهما

$$(s) (s \in A) \equiv \text{ص} \in A. \subset . s = \text{ص}$$

$$\text{ص} = \text{ص} \equiv (s \in A) \equiv s \in A$$

وهذا يعني أن الفرد s ، ص يكونان في هوية وفقط في حالة إما كلاهما يكونان

أو لا يكونان أعضاءً للفئة وتعرف باسم هوية الأفراد ⁽²⁾ ، Identity Of Individuals

وعلى ذلك تكون الهوية بين الأفراد لا تقتصر على أن جميع الأفراد يكونون أعضاءً للفئة A ولكن أيضاً في حالة أن جميع الأفراد لا يكونون أعضاءً للفئة A ، فلو قلنا :

$$s = \text{ص} \equiv s \notin A. \text{ص} \notin A$$

$$\text{أو } s \notin A. \text{ص} \notin A. \subset . s = \text{ص}.$$

و في حالة انتماء العضو s إلى الفئة المتممة A^c فهذا العضو s لا يندرج تحت

$$\text{الفئة } A^c \text{ ، أي أن : } s \in A^c \equiv s \notin A$$

ويرى ديمترييو ، في حالة وجود هوية بين الأعضاء يعني أن الخصائص التي يحتويها العضو s هي نفس الخصائص التي يحتويها العضو ص ، حيث يقول ، عندما يكون العضو s في هوية مع العضو ص فإن خصائص s هي نفسها خصائص ص أي

$$s = \text{ص} . \subset . \sim^* s = \sim \text{ص} .^{(3)}$$

* ملاحظة : أن الرمز \sim يشير إلى خصائص الفئة

1 - Ibid. P. 122

2 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

3 - Morse ,op. Cit. P. 50

كما نجد روسير يعرض بعض المفاهيم الخاصة بالأعضاء وهي : -

$$(s \in A, s \sim s) \in \text{صفر}$$

$$(A(s \in A) = 1, A(s \sim s) = \text{صفر})^{(1)}$$

وهذا يعني أن أي فرد لابد أن يكون عضواً في الفئة الشاملة ولا توجد أعضاء في الفئة الفارغة ، وبالنسبة لأي عضو s يكون عضواً في الفئة A فإن A في هذه الحالة تعبّر عن فئة شاملة وفي حالة الفئة A لا تحتوي على أعضاء فإن A في هذه الحالة تعبّر عن فئة فارغة

$$\text{وأيضاً } (E(s \notin A) = 1, E(s) = A \neq \text{صفر})^{(2)}$$

وهذا يعني أن في حالة وجود على الأقل عضو s و s لا يكون عضواً في الفئة A فإن A لا تعبّر عن فئة شاملة وفي حالة وجود عضو على الأقل في الفئة A وأن s عضو فيها فإن A في هذه الحالة لا تعبّر عن فئة فارغة .

و يحاول ألكسندر الربط بين التضمن والانتماء ، كما يلي :

$$(A \supset B) \equiv (s \in A \rightarrow s \in B)^{(3)}$$

وهذا يعني عندما تكون الفئة A تكون متضمنة في الفئة B ، فإن كل عضو s يكون عضواً في الفئة A ، يلزم عن ذلك بأنه يكون عضواً في الفئة B .

وإذا كان التضمن علاقة بين فئة وفئة فرعية منها وأن الانتماء علاقة بين فئة عضو فما الحال بالنسبة للفئة ذات العضو الواحد هل تنشأ بينها وبين الفئات الكلية علاقة تضمن أم انتماء ، وكذلك العلاقة بين الفئة ذات العضو الواحد وفئة أخرى مثلها ، لهذا يقول كواين لابد أن نميز بين الأفراد والفنات ذوات العضو الواحد ، (4) ويحاول روسير حل هذا الأمر فيرى أنه إذا كان s ينتمي إلى الفئة A وأن s يمثل فئة ذات

1 - Rosser , op. cit. P. 233

2 - Ibid. p. 233

3 - Alexander , op. cit. P. 165

4 - Quine , " Set theory and its logic " . P. 76

عضو واحد $\{s\}$ فالفنـة ذات العـضـو الـواحد $\{s\}$ تكون مـتـضـمنـة فـي الفـنـة أـ.

$$\text{أي } (A, \{s\}) s \in A \equiv \{s\} \subseteq A. \quad (1)$$

وفي حـالـة كـون سـ يـنـتـمـي إـلـى الفـنـة ذاتـ العـضـو الـواحد $\{s\}$ وـأنـ الفـنـة ذاتـ العـضـو الـواحد $\{s\}$ تـحـتـوي عـضـواً فـقـط وـأنـ سـ يـكـون عـضـواً فـيـها فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ يكونـ العـضـوـ سـ هوـ نـفـسـهـ العـضـوـ صـ أـيـ سـ يـكـونـ فـيـ هـوـيـةـ مـعـ صـ أـيـ :

$$s \in \{s\} \equiv s = s. \quad (2)$$

وـبـرـى لـبـلـاجـ أـنـهـ ، إـذـاـ كـانـ سـ عـضـواً فـيـ الفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الـواحد $\{s\}$ وـأنـ سـ يـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ $\{s\}$ ، فـإـنـ صـ يـكـونـ عـضـواً فـيـ الفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الـواحدـ $\{s\}$ حـيثـ يـقـولـ ، $(s) (s) s \in \{s\} \equiv s \in \{s\} s$.⁽³⁾ بـإـضـافـةـ إـلـىـ وجـودـ هـوـيـةـ بـيـنـ الفـنـةـ $\{s\}$ وـالـفـنـةـ $\{s\}$ يـلـزـمـ عـنـ ذـلـكـ أـنـ العـضـوـ سـ يـكـونـ فـيـ هـوـيـةـ مـعـ العـضـوـ صـ ، حـيثـ يـقـولـ لـبـلـاجـ :

$$(s) (s) s = \{s\} \equiv s = s. \quad (4)$$

كـماـ يـرـىـ كـوـاـينـ أـنـهـ عـنـدـمـاـ يـكـونـ سـ عـضـواـ فـيـ الفـنـةـ $\{s\}$ يـكـونـ سـ ، صـ عـضـوـيـنـ فـيـ الفـنـتـيـنـ $\{s, s\}$ ، حـيثـ يـقـولـ ، $s \in \{s\} = s, s \in \{s, s\}$.⁽⁵⁾

وـأنـ الفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الـواحدـ تـكـونـ مـتـضـمنـةـ دـائـمـاـ فـيـ الفـنـةـ الشـامـلـةـ تـضـمنـاـ أـصـيـلاـ أـيـ $\{s\} \subseteq A$ أـوـ $\{s, s\} \subseteq A$.⁽¹⁾

وـهـنـاـ نـجـدـ أـنـ الفـنـةـ ذاتـ العـضـوـ الـواحدـ تـكـونـ مـتـضـمنـةـ فـيـ أـيـ فـنـةـ مـاـ عـدـاـ الفـنـةـ الـفـارـغـةـ ، وـأـيـ عـضـوـ يـحـمـلـ خـصـائـصـ فـرـيدـةـ وـيـمـثـلـ فـنـةـ ذاتـ عـضـوـ وـاحـدـ تـكـونـ عـلـاقـتـهـ بـأـيـ فـنـةـ وـجـودـيـةـ عـلـاقـةـ تـضـمـنـ وـلـيـسـ عـلـاقـةـ اـنـتـمـاءـ .ـ بـإـضـافـةـ إـلـىـ أـنـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ بـيـنـ ثـلـاثـ فـنـاتـ ذـوـاتـ ذـوـاتـ عـضـوـ الـواحدـ تـكـونـ عـلـاقـةـ مـتـعـدـيـةـ أـيـ :ـ $\{s\} \subseteq \{s\} . \{s\} \subseteq \{s\} . \{s\} \subseteq \{s\}$

1 - Rosser , op. cit. P. 251

2 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 161

3 - Leblang , " An introduction to deductive logic " , P. 176

4 - Ibid. P.177

5 - Quine , " Set theory and its logic " , P. 49

6 - Ibid. P. 51

وإن علاقة التضمن بالنسبة للفنات ذات العضو الواحد تماثلية أي :
 $\{S\} \subseteq \{C\} \equiv \{C\} \subseteq \{S\}$.

أهم المفاهيم القائمة على التضمن

$$A \subset B = A \setminus B = \emptyset \quad (1)$$

في حالة الفنة A تكون متضمنة في الفنة B فالفننة المشتركة للفنة A و الفنة B تكون في هوية مع الفنة A .

$$A \subset B = A \setminus B = \emptyset \quad (2)$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B ، فإن الفنة المشتركة للفنة A و الفنة المتممة B تكون في هوية مع الفنة الفارغة .

$$A \subset B . C . B \subset A \quad (3)$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B يلزم عن ذلك أن الفنة المتممة B تكون متضمنة في الفنة المتممة A .

$$A \subset B . B \subset A . C . A = B \quad (4)$$

وفي حالة الفنة A تكون متضمنة في الفنة B و الفنة B تكون متضمنة في الفنة A يلزم عن ذلك بأن الفنة A تكون في هوية مع الفنة B .

$$\text{صفر} \subset A \quad (5)$$

الفننة الفارغة متضمنة في كل فنة

$$A \subset A \quad (6)$$

كل فنة تكون متضمنة في الفنة الشاملة .

$$A \subset A . C . A = \text{صفر} \quad (7)$$

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 314

2 - Ibid. P. 314

3 - Ibid. P. 315

4 - Ibid. P. 315

5 - Ibid. P. 315

6 - Ibid. P. 316

7 - Ibid. P. 316

في حالة الفنة A تكون متضمنة في الفنة المتممة \bar{A} ، فإن الفنة A تعبر عن فنة فارغة لعدم وجود أعضاء مشتركة بين أي فنة والفنة المتممة لها .

$$A \subset A \cup \bar{A} \quad (1)$$

إذا كانت كل فنة متضمنة في الفنة الشاملة ، ففي حالة الفنة المتممة \bar{A} تكون متضمنة في الفنة A فإن الفنة A في هذه الحالة تعبر عن فنة شاملة .

$$\bar{B} \subset A \cup \bar{A} \subset A \quad (2)$$

وإذا كانت الفنة الشاملة تحتوي كل فنة والفنة المتممة لها ، ففي حالة الفنة B تكون متضمنة في الفنة A أو الفنة المتممة \bar{B} متضمنة أيضاً في الفنة A فإن الفنة A في هذه الحالة تعبر عن فنة شاملة .

$$A \subset A \cup \bar{B} \subset A \quad (3)$$

وإذا كانت كل فنة متضمنة في الفنة الشاملة وأن كل فنة ، فنة فرعية لنفسها ، ففي حالة الفنة الشاملة تكون متضمنة في الفنة A ، فإن الفنة A في هذه الحالة تعبر عن فنة شاملة .

$$A \subset B \cup \bar{B} \subset A \cup \bar{A} \subset A \quad (4)$$

التضمن علاقة متعددة .

$$(A \subset B) \wedge (B \subset A) \quad (5)$$

الفنية المشتركة للفنة A والفنية B تكون دائماً متضمنة في الفنة A .

$$(A \subset B) \wedge (B \subset A) \quad (6)$$

الفنية الناتجة عن حاصل جمع الفنة A والفنية B تحتوي الفنة A وفي نفس الوقت الفنة A تكون فنة فرعية منها .

$$A \subset B \cup \bar{B} \equiv A \quad (7)$$

1 - Ibid. P. 316

2 - Ibid. P. 316

3 - Ibid. P. 316

4 - Ibid. P. 314

5 - Quine , " Mathematical logic," , P. 186

6 - Ibid. P. 186

7 - Ibid. P. 186

القول بأن الفنة A متضمنة في الفنة المتممة B ، يكفيه القول بأن الفنة B تكون متضمنة في الفنة المتممة A .

$$(1) (b) A \subset B \equiv A \setminus B = \emptyset .^{(1)}$$

وفي حالة الفنة A تكون متضمنة في الفنة المتممة B ، فإن الفنة المشتركة $A \cap B$ تعبّر عن فئة فارغة .

$$(1) (b) A \cap B \equiv A \cup B = \emptyset .^{(2)}$$

في حالة الفنة المتممة A تكون متضمنة في الفنة B ، يكفيه القول بأن الفنة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة A والفنـة B تكون في هوية مع الفنة الشاملة .

$$(1) (b) (c) A \cap B \cdot C \cdot A \cap B \cap C .^{(3)}$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B يلزم عن ذلك أن الفنة المشتركة $A \cap B$ تكون متضمنة في الفنة المشتركة $B \cap C$.

$$(1) (b) (c) A \cap B \cdot C \cdot A \cap B \cap C \cap D .^{(4)}$$

وإذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B ، يلزم عن ذلك أن الفنة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة A والفنـة C تكون متضمنة في الفنة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة B والفنـة C .

$$A \cap B \cap C \equiv A \cap B \cdot A \cap C .^{(5)}$$

القول بأن الفنة A متضمنة في الفنة المشتركة للفنة B والفنـة C يكفي القول بأن الفنة A تكون متضمنة في الفنة B ومتضمنة في الفنة C .

$$A \cap B \cap C \equiv A \cap B \cdot A \cap C .^{(6)}$$

القول بأن الفنة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة A والفنـة B تكون متضمنة في الفنة C ، يعني أن الفنة A تكون متضمنة في الفنة C و الفنة B تكون متضمنة في الفنة C أيضا .

1 - Ibid. P. 187

2 - Ibid. P. 187

3 - Ibid. P. 188

4 - Ibid. P. 188

5 - Ibid. P. 188

6 - Ibid. P. 188

$$A \subseteq B \equiv A \subseteq S \wedge S \subseteq B. \quad (1)$$

القول بأن الفنة A متضمنة في الفنة B يعني بأن كل عضو في الفنة A يكون عضواً في الفنة B .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \neq B. \quad (2)$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B تضمناً أصيلاً فإن الفنة A لا تكون في هوية مع الفنة B

$$A \subseteq B \equiv A + B = B. \quad (3)$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B تضمناً متبادلاً ، يعني أن الفنة الناتجة عن حاصل جمع الفنة A والفنـة B تكون في هوية مع الفنة B .

$$A \subseteq B \equiv A + B = A. \quad (4)$$

وأيضاً في حالة الفنة A تكون متضمنة في الفنة B تضمناً متبادلاً ، يكفي أن الفنة الناتجة عن حاصل جمع الفنة المتممة A^\sim والفنـة B تكون في هوية مع الفنة الشاملة

$$(A)(B) A \subseteq B \Leftrightarrow B \subseteq A^\sim \sim (B \subseteq A). \quad (5)$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B تضمناً متبادلاً يلزم عن ذلك أن الفنة B تكون متضمنة في الفنة A تضمناً متبادلاً ولا يلزم عن ذلك أن الفنة B تكون متضمنة في الفنة A تضمناً أصيلاً .

$$(A, B, C) A \subseteq B \Leftrightarrow A \subseteq C \Leftrightarrow B \subseteq C. \quad (6)$$

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B تضمناً أصيلاً والفنـة B متضمنة في الفنة C تضمناً متبادلاً يلزم عن ذلك أن الفنة A تكون متضمنة في الفنة C تضمناً أصيلاً .

$$(A, B, C) A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C. \quad (7)$$

1 - Bochenksi , “Aprecis of Mathematical logic,” P. 56

2 - Rosser , op. cit. P. 234

3 - Ibid. P. 234

4 - Ibid. P. 234

5 - Ibid. P. 236

6 - Ibid. P. 236

7 - Ibid. P. 236

إذا كانت الفنة A متضمنة في الفنة B تضمناً متبادلاً و الفنة B متضمنة في الفنة C تضمناً أصيلاً يلزم عن ذلك أن الفنة A تكون متضمنة في الفنة C تضمناً أصيلاً .

$$A = Sc\ A$$

الفنة الشاملة تكون فنة فرعية لنفسها . ^(١)

$$Sc = صفر . ^(٢)$$

الفنة الفارغة تكون فنة فرعية لنفسها .

$$A \equiv Sc\ B = Sc\ A . ^(٣)$$

القول بأن الفنة الفرعية A تكون في هوية مع الفنة الفرعية B يكافي أن الفنة A تكون في هوية مع الفنة B .

$$A + B \subset C \equiv A \subset C \cdot B \subset C . ^(٤)$$

القول بأن الفنة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة A والفنـة B تكون متضمنة في الفنة C ، يعني أن الفنة A تكون متضمنة في الفنة C و الفنة B تكون متضمنة في C .
 $A \subset صفر \equiv A = صفر . ^(٥)$

إذا كانت الفنة الفارغة خالية من الأعضاء ، ففي حالة الفنة A تكون متضمنة في الفنة الفارغة ، يعني أن الفنة A تكون في هوية مع الفنة الفارغة .

$$A' = B . C . A = B . ^(٦)$$

عندما تكون الفنة المتممة A' في هوية مع الفنة المتممة B يلزم عن ذلك أن الفنة A تكون في هوية مع الفنة B .
 $A = A . ^(٧)$

كل فنة تكون في هوية مع نفسها .

$$A = B . B = A . ^(٨)$$

1 - Ibid. P. 236

2 - Ibid. P. 236

3 - Ibid. P. 236

4 - Quine , " Mathematical logic " P. 188

5 - Ibid. P. 188

6 - Rosser , op. cit . P. 232

7 - Slupecki , and Borkowski , op. cit. P. 160

8 - Ibid. P. 160

الهوية بين الفنات علاقة تماثلية .

$$A = B \cdot B = C \cdot C \cdot A = C. \quad (1)$$

الهوية بين الفنات علاقة متعددة .

$$A = B \equiv (S) (C) \in A \equiv (S) (C) \in B. \quad (2)$$

الهوية بين الفنات A ، B يعني أن الأعضاء التي تنتهي إلى الفنة A هي نفس الأعضاء التي تنتهي إلى الفنة B .

$$(A) (B) A = B \equiv A \subset B \cdot B \subset A. \quad (3)$$

الهوية بين الفنات A ، B يعني التضمن المتبادل بينهما .

$$S = C \cdot C \cdot A = C \in A \in S$$

$$S = C \cdot C \cdot \underline{S} \equiv \underline{S} \in C. \quad (4)$$

الهوية بين العضويين S ، C يلزم عنه إنهمما عضوان لفنة واحدة وإنهما يحملان نفس الخواص .

$$S = C \equiv C = S$$

$$S = C \cdot C = U \cdot C \cdot S = U. \quad (5)$$

الهوية بين الأعضاء علاقة تماثلية ومتعددة في نفس الوقت .

$$S \in \{C\} \cdot C \cdot S = C \cdot S \in \{S\}$$

$$S \in \{S\} \cdot C \cdot S \in \{S\}$$

$$S \in \{S\} \cdot C \cdot A \subset C \cdot A \cdot \{S\} \subset A. \quad (6)$$

1 - Ibid. P. 160

2 - Quine , "set theory and its logic ", P. 335

3 - Quine , "Mathematical logic " , P. 185

4 - Morse , op. cit. P. 50

5 - Dumitriu , vol , 4. Op. cit. P. 100

6 - Morse , op. cit. P. 51

إذا كانت الفئة ذات العضو الواحد تحتوي على عضو واحد فقط ، فعندما يكون س ينتمي إلى الفئة { ص } يلزم عن ذلك س يكون في هوية مع ص وأن س يكون عضوا في الفئة الشاملة ، وعندما يكون س ينتمي إلى الفئة الشاملة يلزم عن ذلك أن س يكون عضوا في الفئة ذات العضو الواحد { س } ، وإذا كان س عضوا في الفئة الشاملة يلزم عن ذلك أن س يكون عضوا في الفئة أ وأيضاً أن الفئة { س } تكون متضمنة في الفئة أ .

$$(أ، \{س\}) س \in أ \equiv \{س\} \subseteq أ .^{(1)}$$

القول بأن س عضو في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد ، يكافي بأن الفئة ذات العضو الواحد { س } تكون متضمنة في الفئة أ .

$$(س) (ص) س \in \{ص\} = ص \in \{س\}$$

$$(س) (ص) \{س\} = \{ص\} \equiv س = ص .^{(2)}$$

القول بأن س عضو في الفئة { ص } يعني أن ص عضو في الفئة { س } وفي حالة وجود هوية بين الفئة { س } والفئة { ص } فإن العضو س يكون في هوية مع العضو ص

1 - Rosser , op. cit. P. 251

2 - Leblang , op. cit. P. 177

الفصل الرابع

حسب المنشآت في المنطق السبع

تمهيد:

نناوش في هذا الفصل العمليات المنطقية التي قام عليها حساب الفئات في المنطق الحديث وهل المنطق الحديث أفسح المجال للفئة ذات العضو الواحد لإجراء هذه العمليات عليها مثلها مثل الفئات الأخرى؟ وهل كان لأرسطو دور في وضع جذور لهذه العمليات أم إنها من إبداع المناطقة المحدثين؟

كما نناوش التفرقة بين الفصل القوي والفصل الضعيف وذلك من خلال دراسة عملية الضرب المنطقي وعملية الجمع المنطقي، كما نناوش المبادئ التي يقوم عليها حساب الفئات في المنطق الحديث؟ وهل لهذه العمليات والمبادئ ما يماثلها في حساب الفضاب؟

أولاً : عملية الضرب المنطقي:

لو أخذنا الفئة الشاملة وهي فئة الموجودات الإنسانية وهذه الفئة تحتوي على فئتين فرعيتين فئة "الناس ذات العيون الزرقاء" وفئة "الناس ذات الشعر الأسود" فالفئة التي تحتوي على كل الناس ذات العيون الزرقاء والشعر الأسود تسمى ناتج الضرب المنطقي^(١)، لذا تكون الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي الفئة التي تحتوي على جميع الأعضاء المشتركة بين الفئات الناتجة عنها هذه الفئة.

فوجود ضرب منطقي Logical Product بين فئتين يتوقف على وجود أعضاء مشتركة بينهما، فيوجد ضرب منطقي بين الفئة A والفئة B إذا وجد أعضاء مشتركة common members بين الفئة A والفئة B^(٢).

فالتقاطع بين فئتين أو أكثر يسمى الضرب المنطقي والتقطاع يعني وجود أعضاء مشتركة بين الفئات المراد إجراء عملية الضرب المنطقي عليها وهذه الأعضاء المشتركة تحمل خصائص جميع الفئات في نفس الوقت، فيكون التقاطع بين فئتين A، B الذي يقوم على الأعضاء المشتركة بين الفئة A والفئة B يمثل الضرب المنطقي^(٣)، فلو قلنا أن فئة الطلاب وب فئة الأساتذة فالفئة التي تحتوي جميع الطلاب الأساتذة في نفس الوقت تمثل

^(١)Basson, and O'Connor, " Introduction to symbolic logic ", P. 154.

^(٢)Whitchead, and Russell, " Principia Mathematica ", P. 302.

^(٣)Carney, and Scheer, " Fundamentals of logic " P. 274.

الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي وهذه الفئة تحتوي جميع الأعضاء المشتركة بين الفئتين أ، ب.

ويرمز لعملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب بالصيغة $A \times B$ ويشير إلى الأعضاء المشتركة بين الفئتين أ، ب أو التمايز بينهما أو يشير إلى الفئة المشتركة التي تحتوي جميع الأعضاء المشتركة بين الفئتين أ، ب، بالصيغة $A \times B$ وتمثل الاشتراك أو التمايز لـ أ، ب أو الفئة التي تحتوي جميع الأشياء التي تكون أعضاء في الفئة أ وأعضاء في الفئة ب في نفس الوقت^(١)، فإذا كانت الفئة $A = (s, c, u)$ والفئة $B = (c, u)$ فإن عملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب أي $A \times B = (s, c, u)$ ^(٢)، لـ تكون الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب تعبير عن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي.

وأحياناً يرمز لعملية الضرب المنطقي بالرمز \cap وهو يعني العطف أو الربط بين الفئات لعمل فئات جديدة، عملية الضرب أو العطف أو الربط \cap تكون عملية ربط الفئات لعمل فئات جديدة^(٣)، فالفئة $A \cap B$ تسمى الفئة الناتجة عن عملية ضرب أو عطف أو ربط الفئتين A و B.

ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق الانتمام فكل عضو ينتمي إلى الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي $A \times B$ يكون عضواً في الفئة أ وعضواً في الفئة ب، فإذا كانت $A \times B$ فئة السياسيين الأمريكيين، فالقول بأن

$$s \in A \times B \equiv s \in A \text{ and } s \in B^{\text{(٤)}}.$$

وإذا كنا نعبر عن عملية الضرب المنطقي بمتغيرات فإن هذه المتغيرات تعبير عن فئات وليس أفراد وإن العلاقة بين هذه المتغيرات هي علاقة بين فئات وليس علاقة بين أفراد وفئات، أي أن جميع النظريات في عملية الضرب تحتوي فقط متغيرات تمثل

^(١)Lewis, and Langford, " Symbolic logic " P. 28.

^(٢)Grumberg, " Symbolic logic " P. 192.

^(٣)Quine, "Mathematical logic", P. 180.

^(٤)Ibid. P. 180.

Malitz, " Introduction to mathematical logic " . P. 4

انظر أيضاً في ذلك:

فناً وليس متغيرات تمثل أفراد، نستنتج أن النظريات لا تحتوي رمز الانتفاء (\in) بينما تحتوي رموز عمليات الفناء ورموز علاقات بين الفناء^(١).

ومن السهل أن نرى الفئة $A \times B$ تحتوي عضواً واحداً فقط one member ينتمي إلى الفئة A والفئة B ^(٢).

وبينظر جورج بول إلى عملية الضرب المنطقي على إنها عملية فرز الأعضاء التي تكون في الفئة A وفي نفس الوقت تكون في الفئة B أي الأعضاء التي تحمل خصائص الفئة A وخصائص الفئة B وحصر restriction هذه الأعضاء لعمل فنة جديدة تسمى الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي^(٣)، ويستخدم بول عالمة الضرب للدلالة على أن الفتني المضروبتين تؤلفان فنة واحدة جديدة، تضم الأشياء التي تنتمي إلى كلتا الفتنيين معاً، فإذا رمزاً لفنة العلماء بالرمز " A " ورمزاً لـ لفنة المتواضعين أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين ليسوا علماء^(٤).

وإذا عبرنا عن عملية الضرب المنطقي عن طريق الانتفاء نجد أن:

$$S \in A \cdot B \equiv S \in A \cap S \notin B$$

$$S \in A \cdot B \equiv S \in A \cap S \neq B$$

إننا نرى هذه الأعضاء التي تنتمي إلى تقاطع intersection فتنيين إن هذه الأعضاء تنتمي إلى الفتنيين معاً، وأن الأعضاء التي تنتمي إلى اختلاف الفتنيين التي تنتمي إلى الفئة A ، فإن هذه الأعضاء لا تنتمي إلى الفئة B ^(٥)، أي في حالة وجود أعضاء مشتركة بين الفئة A والفئة B ، فإن الأعضاء التي تنتمي إلى الفئة A لا تنتمي إلى الفئة B ، وكذلك في حالة وجود أعضاء مشتركة بين الفئة A والفئة B ، فإن الأعضاء التي تنتمي إلى الفئة B لا تنتمي إلى الفئة A .

^(١) Slupecki, and Borkowski, "Elements of Mathematical logic and set theory". P. 177.

^(٢) Schipper, end schuh, "A first course in modern logic". P. 260.

^(٣) جورج بول: التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٥.

^(٤) Kneale, and Kneale, Op. Cit. P. 404.

نقلًا عن كتاب الدكتور / محمود فهمي زيدان. ص ٧٩.

^(٥) Slupecki, and Borkowski, Op. Cit. P. 163.

وإن عملية الضرب المنطقي تكون بين فنتين أو أكثر^(١)، فوجود أعضاء مشتركة بين الفنات هي التي تحدد عدد الفنات التي تجرى عليهم عملية الضرب المنطقي، ويؤكّد هذا المعنى كل من فيس وفيتش، وذلك بقولهما، يعبر عن الضرب المنطقي بين ثلاث فنات أ، ب، جـ وكذلك بين أكثر من ثلاثة فنات^(٢).

ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقي عن طريق دوال القضايا propositions functions \emptyset فعملية الضرب المنطقي لفتنتين س \emptyset (س)، ص \emptyset (ص) بالصيغة س \emptyset (س) \cap ص \emptyset (ص) فإن الفتنة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي فتنة جميع الأعضاء التي تنتمي إلى كل من الفتنتين س، ص بحيث ع (ع \in س \emptyset (أ). ع \in ص \emptyset (ب)^(٣)، أي كل عضو في الفتنة أ ب يكون عضواً في الفتنة أ وفي نفس الوقت يكون عضواً في الفتنة ب.

وإذا كان لكل فئة، فئة أخرى متممة لها، وعملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب ينتج عنها فئة أب، فاللفنة المتممة للفئة أب هي الفئة (أب)، وتحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة الشاملة ماعدا الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أب^(٤)، وبمعنى إذا كانت الفئة الشاملة تحتوي الفئات أب، أب، ب، فإن الفئة (أب) تحتوي الفئة أب، والفئة ب^١.

وهكذا نرى أن عملية الضرب المنطقي ما هي إلا عملية فكرية نستطيع من خلالها التأليف أو الرابط بين فتنتين أو أكثر، فعلى الرغم من أن عملية الضرب المنطقي يرمز لها أحياناً بواو العطف أو (.) إلا أن حرف العطف "الواو" قد يشير إلى عملية أخرى للتفكير فعندما نقول الأشخاص الذين يسكنون إنجلترا والذين ينتمون إلى جنس الذكور لا تكون بازاء علمية جمع أو ضم لفتنتين من الأفراد وإنما بازاء نوع من التأليف أو الضرب بين فتنتين (٥).

⁽¹⁾Carnap, "Introduction to symbolic logic its application". P. 126

⁽²⁾ Feys, and Fitch, " Dictionary of symbols of mathematical logic ". P. 96.

^{١٥٥} انظر أيضا جورج بول، التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٥.

⁽³⁾ Leblang, "An introduction to deductive logic", p. 170.

⁽⁴⁾Schipper, and, Schuh, Op. Cit. P. 261.

^(٤) بول موي، المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد حسن ذكرياء، دار نهضة مصر - القاهرة، ص ٣٦١.

وعلى الرغم من أن رمز عملية الضرب المنطقى (x) يشبه رمز الضرب الحسابي فإن ليينتر قد أدرك وجه الشبه بين الرابط بين التصورات والضرب في الأعداد ولكنه لم يستطع صياغته صياغة دقيقة ويرجع الفضل إلى جورج بول في تلك الصياغة، بمعنى أن التشابه بين الضرب المنطقى والضرب الحسابي في الشكل وليس في المضمنون، فإذا كان لدينا فنتان الأولى تحتوي على عضوين والثانية تحتوي على ثلاثة أعضاء ويوجد عضو مشترك، بالنسبة لعملية الضرب المنطقى يكون الناتج عضوا ولكن بالنسبة للضرب الحسابي يكون الناتج ستة^(١).

وعلى الرغم من أن عملية الضرب مشتركة بين المنطق والجبر إلا أنه يوجد اختلاف في إجراء تلك العملية سواء من الناحية المنطقية أو من الناحية الجبرية، وأهم ما يفرق بين الضرب المنطقى والضرب الحسابي وهو ما اسماه بول قانون الثانية الذي يقرر أن هناك ثانية جبرية ومن ثم فإن الإسم كما اسماه لويس تقيون قانون التحصيل الحاصل بين الجبر المنطقى والجبر المأثور في الجبر المأثور $A \times A = A^2$ ^(٢).

والجبر المنطقى يختلف عن الجبر المأثور في هذا القانون، حيث يتميز جبر المنطق عن كل الجبريات العديدة بقانون $A \times A = A$ ^(٣). وعادة ما يعبر عنه بول أي عن القانون $A \times A = A$ في كتابة التحليل الرياضي للمنطق بالصيغة $A = A$ قائلاً أن هذه الصيغة إنما تعبر عن السمة المميزة لحسابه التحليلي^(٤).

ويرى ريشنباخ، أن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقى في الغالب تحتوى على أعضاء أقل من الأعضاء التي تحتويها كل فئة اشتراك في تكوينها، فالحديث عن فئة مشتركة بين فنتين يصحبه في العادة نقص في عدد الأعضاء، فإذا قلنا فئة الزهور الحمراء، فإننا نشير إلى فئة مشتركة بين فئة الزهور وفئة الأشياء الحمراء، إنها حصيلة ضرب الفنتين في بعضهما^(٥)، فالفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقى لفنتين تكون متضمنة في كل من الفنتين الناتجة عنهما، أي أن الفئة A ب تكون متضمنة في كل من

^(١) Ambrose, and lazerowitz, " Fundamentals of symbolic logic " P. 224.

^(٢) محمد ثابت الفندي، فلسفة الرياضيات، دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٩٩، ص ١٣٠.

^(٣) روبير بلانشى، المرجع السابق، ص ٣٩١.

^(٤) Kneale, and Kneale, OP. Cit P. 408.

نقلا عن كتاب د/عزمي إسلام: دراسات في المنطق وتصوص مختار، المرجع السابق، ص ١٤٣.

^(٥) Reichenbach, " Elements of symbolic logic " P. 195.

الفنتين الناتجة عنهما^(١)، أي أن $A \cdot B = A$ ، لأن B فالفنة الناتجة عن عملية ضرب منطقى لفنتين تكون متضمنة في كل من الفنتين^(٢). لأن A تمثل جزء من الفنة A وتمثل جزء من الفنة B في نفس الوقت.

ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقى عن طريق اللزوم كالتالى:

$(S \in A) \cdot (S \in B) = S$ (إذا كان S عضوا في الفنة A وعضوا في الفنة B يلزم أن يكون S عضوا في الفنة A والفنـة B مجتمعـين^(٣))، ويمكن التعبير عن عملية الضرب المنطقى عن طريق اللزوم بصورة أخرى كالتالى:

$(S \in A) \cdot (S \in B) = S$ (إذا كان S عضوا في الفنة A بـ فإنه يكون عضوا في الفنة A وعضوا في الفنة B في نفس الوقت).

ومن ناحية أخرى إذا كانت الفنة الناتجة عن عملية الضرب المنطقى تعبر عن فنة مشتركة فيوجد فرق بينها وبين الفنة المشتركة التي تحدثنا عنها في أنواع الفنـات، فالفنـة المشتركة تحتوى على الأقل على عضـو واحد^(٤)، ولا تكون فارـغـة بأي حال من الأحوال في حين الفنة المشتركة الناتـجة عن عملية الضرب المنـطـقـى لا يـشـرـطـ أن يكون بها أعضـاء لأن الضرب المنـطـقـى هو عمـلـيـة منـطـقـيـة تـجـرـىـ على الفـنـاتـ، فإذا وجد أعضـاء مشـتـرـكـةـ بين الفـنـاتـ التـيـ تـجـرـىـ عـلـىـ عـلـيـهـمـ عـلـمـلـيـةـ الضـرـبـ المـنـطـقـىـ،ـ أماـ إـذـاـ لـمـ تـوـجـدـ أـعـضـاءـ مـشـتـرـكـةـ بـيـنـ الفـنـاتـ التـيـ تـجـرـىـ عـلـيـهـمـ عـلـمـلـيـةـ الضـرـبـ المـنـطـقـىـ تكونـ الفـنـةـ النـاتـجـةـ عـنـ عـلـمـلـيـةـ الضـرـبـ المـنـطـقـىـ فـنـةـ فـارـغـةـ،ـ وـذـلـكـ فـيـ حـالـ إـجـرـاءـ عـلـمـلـيـةـ الضـرـبـ المـنـطـقـىـ عـلـىـ أـيـ فـنـةـ أـ وـفـنـةـ فـارـغـةـ أـيـ $A \times \emptyset = \emptyset$ ـ وـذـلـكـ عـنـدـمـاـ نـجـرـىـ هـذـهـ عـلـمـلـيـةـ عـلـىـ أـيـ فـنـةـ أـ وـفـنـةـ مـتـمـمـةـ لـهـاـ A^{\prime} ـ،ـ يـكـونـ نـاتـجـ عـلـمـلـيـةـ الضـرـبـ المـنـطـقـىـ فـنـةـ فـارـغـةـ،ـ أـيـ $A^{\prime} \times \emptyset = \emptyset$ ^(٥).

^(١)Langer "An introduction to symbolic logic" P. 148.

^(٢)Eaton "General logic" P. 440

^(٣) ذكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، الجزء الأول، ص ١٨٦.

^(٤)Langer, Op. Cit. P. 138.

^(٥)Bocheniski, "Aprecis of Mathematical logic", P. 60.

ففي حالة إجراء عملية الضرب المنطقي لفنتين ويكون ناتج عملية الضرب فنـة فارـغـة، فـفي هـذـه الـحـالـة لا تـوـجـد أـعـضـاء مشـتـرـكـة بـيـن هـاتـيـن الـفـنـتـيـن وـأـنـهـما فيـ حـالـة فـصـلـ كـلـيـ، فالـفـنـاتـ الـتـي تـتـقـاطـعـ وـيـكـونـ النـاـتـجـ فـنـةـ فـارـغـةـ تـسـمـيـ الـفـنـاتـ المـنـفـصـلـةـ^(١). The Disjunctive of classes

وـإـذـا كـانـتـ الـفـنـةـ الشـامـلـةـ تـحـتـوـيـ فـنـاتـ فـرـعـيـةـ مـنـهـاـ وـأـنـ كـلـ عـضـوـ مـنـ الـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ يـكـونـ عـضـوـاـ فـيـ الـفـنـةـ الشـامـلـةـ، فـإـنـ الـفـنـةـ النـاـتـجـةـ عنـ حـاـصـلـ الضـرـبـ الـمـنـطـقـيـ لـلـفـنـةـ الشـامـلـةـ وـالـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ مـنـهـاـ تـكـوـنـ هيـ الـفـنـةـ الـفـرـعـيـةـ نـفـسـهـاـ، وـإـذـا كـانـ كـلـ عـضـوـ فـيـ الـفـنـةـ الشـامـلـةـ لـابـدـ أـنـ يـكـونـ عـضـوـاـ مـاـ فـيـ الـفـنـةـ أـأـوـ عـضـوـاـ فـيـ الـفـنـةـ أـ، فـإـنـ الـفـنـةـ النـاـتـجـةـ عنـ عـلـىـيـةـ ضـرـبـ الـفـنـةـ أـ وـالـفـنـةـ أـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـارـغـةـ لـعـدـمـ وـجـودـ عـضـاءـ مشـتـرـكـةـ بـيـنـهـماـ^(٢).

وـبـيـرـىـ بوـشـنـسـكـىـ، عـنـدـمـاـ تـكـوـنـ الـفـنـةـ النـاـتـجـةـ عنـ حـاـصـلـ ضـرـبـ الـفـنـةـ أـ وـالـفـنـةـ بـ فـنـةـ فـارـغـةـ، فـإـنـ الـفـنـةـ أـ فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـارـغـةـ وـأـيـضاـ الـفـنـةـ بـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـارـغـةـ، وـذـلـكـ عـلـىـ النـحوـ التـالـىـ: $A \times B = \text{صـفـرـ} \equiv A = \text{صـفـرـ}$. بـ = صـفـرـ^(٣).

إـلاـ أـنـ هـذـاـ اـسـتـدـلـالـ فـيـهـ نـوـعـ مـنـ الـخـطـأـ لـأـنـ لـيـسـ مـعـنـىـ عـدـمـ وـجـودـ عـضـاءـ مشـتـرـكـةـ بـيـنـ الـفـنـةـ أـ وـالـفـنـةـ بـ يـلـزـمـ بـأـنـ الـفـنـةـ أـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـارـغـةـ وـالـفـنـةـ بـ أـيـضاـ تـكـوـنـ فـنـةـ فـارـغـةـ، فـمـنـ الـمـمـكـنـ أـنـ يـكـونـ حـاـصـلـ الضـرـبـ الـمـنـطـقـيـ لـفـنـتـيـنـ أـ، بـ مـساـوـيـ فـنـةـ فـارـغـةـ، وـأـنـ كـلـ مـنـ الـفـنـتـيـنـ فـنـةـ وـجـودـيـةـ وـالـسـبـبـ فـيـ ذـلـكـ عـدـمـ وـجـودـ عـضـاءـ مشـتـرـكـةـ بـيـنـ الـفـنـتـيـنـ.

وـبـيـرـىـ بوـشـنـسـكـىـ أـيـضاـ عـنـدـمـاـ يـكـونـ حـاـصـلـ الضـرـبـ الـمـنـطـقـيـ لـلـفـنـةـ أـ وـالـفـنـةـ بـ مـساـوـيـ فـنـةـ فـارـغـةـ فـيـ الـفـنـةـ أـ فـيـ هـذـهـ الـحـالـةـ تـكـوـنـ مـساـوـيـ لـحـاـصـلـ ضـرـبـ الـفـنـةـ أـ وـالـفـنـةـ المـتـمـمـةـ لـهـاـ أـ، أـيـ فـنـةـ فـارـغـةـ، حـيـثـ يـقـولـ: $A \times B = \text{صـفـرـ} \equiv A \times A$ ^(٤).

وـهـذـاـ الرـأـيـ أـيـضاـ يـكـونـ خـاطـئـاـ لـأـنـ مـمـكـنـ عـدـمـ وـجـودـ عـضـاءـ مشـتـرـكـةـ بـيـنـ فـنـتـيـنـ وـكـلـ فـنـةـ عـلـىـ حـدـةـ تـكـوـنـ ذاتـ أـعـضـاءـ، فـلـوـ قـلـنـاـ أـ فـنـةـ الـجـبـالـ وـبـ فـنـةـ النـاسـ، نـلـاحـظـ

^(١)Slupecki, and Borkowski, Op. Cit. P. 164.

^(٢)Eaton, Op. Cit. P. 422.

^(٣)Bochenksi, "A precis of Mathematical logic". P. 60.

^(٤)Ibid. P. 60

أن $A \times B$ في هذه الحالة في هوية مع الفئة الفارغة، وذلك لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئة A والفئة B ، على الرغم من أن كل من الفئتين تحتوي على أعضاء.

عملية الضرب المنطقى والمنطق الأرسطي:

مهما اختلف التعبير عن هذه العملية رمزيا سواء بـ «و» أو العطف (.) أو بـ «لـ» التقطاع (×) أو بـ «عـ» عملية الضرب الحسابي (×)، إلا أن عملية الضرب المنطقي ما هي إلا عملية فكرية نستطيع من خلالها أن نحدد الأعضاء المشتركة بين الفئات التي نجري عليهم هذه العملية، وهذه الأعضاء تعبر عن الفئة الناتجة عن إجراء هذه العملية على الفئات المشتركة في تكوينها، فالنقطاع بين فئتين أ، ب الذي يقوم على الأعضاء المشتركة بين الفئة أ والفئة ب يمثل الضرب المنطقي^(١). فلو أخذنا جميع الأفراد التي تكون أعضاء في كل من الفئة أ والفئة ب هذه الأعضاء تمثل فئة يطلق عليها فئة الضرب المنطقي^(٢).

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي هي الفئة التي تحتوي على جميع الأعضاء المشتركة بين الفئات التي تجري عليهم هذه العملية فإن مفهوم عملية الضرب المنطقي بين الفئات هو نفس مفهوم الفئة المشتركة، فعندما نتحدث عن فئة الورود الحمراء (أ ب) نحن نشير إلى الفئة المشتركة لفئة الورود (أ) وفئة اللون الأحمر (ب) أي الأشياء التي تكون أعضاء في فئة الورود وفي نفس الوقت تكون حمراء يطلق على هذه العملية اسم الفئة المشتركة^(٣) the common class.

وإذا نظرنا إلى المثال السابق نجد أن فئة الورود الحمراء أ ب تمثل فئة ناتجة عن عملية الضرب المنطقي لفئة الورود (أ) وفئة الأشياء الحمراء (ب)، وإن هذه الفئة في نفس الوقت تمثل فئة مشتركة، طالما وجود فترين بينهما أعضاء مشتركة هذه الأعضاء المشتركة تمثل الفئة المشتركة^(٤).

⁽¹⁾Carney, and Scheer, Op. Cit. P. 274.

(^c) Cohen, and Nagel" An introduction to logic and scientific method " P. 122.

(³) Reichenbach, Op. Cit. P. 195.

(¹) Langer, Op. Cit. P. 148.

وإذا كان أرسطو هو الذي وضع لنا الأساس الأول لما عرف بالفنة المشتركة حيث يقول، "حد الاشتراك هو أن يكون الشيء يقبل حد مشاركة"^(١). بالإضافة إلى أن أرسطو لم يهمل الفنة المشتركة في بنائه لنسقه المنطقي، ففي نظرية القياس الحد الأصغر يمثل فئة مشتركة، لأن كل عضو في الحد الأصغر يكون عضواً في الحد الأكبر والحد الأوسط في نفس الوقت، وعلى ذلك لا أحاجز بالقول بأن عملية الضرب المنطقي ترجع جذورها إلى المنطق الأرسطي.

فإذا كان أرسطو قد وضع لنا الأساس الأول لعملية الضرب المنطقي فما الاختلاف بين المنطق الحديث والمنطق الأرسطي في إجراء هذه العملية؟ في الحقيقة أن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فئة شاملة Whole class وفئة أخرى ذات عضو واحد والتي ينتج عنها فئة ذات عضو واحد، Unit class هذا لا يتفق مع النسق الأرسطي الذي يقوم على الحدود الكلية، وإن الفنة المشتركة لدى أرسطو لابد أن تكون حداً كلياً وليس جزئياً، هذا من ناحية، وأن إجراء هذه العملية بين أي فئة وجودية وفئة أخرى فارغة بحيث يكون ناتج هذه العملية فئة فارغة لا يتفق أيضاً مع النسق المنطقي الأرسطي والذي يقوم على الفئات الوجوبية.

وأخيراً يكفي القول بأن المناطقة المحدثين أخذوا فكرة الضرب المنطقي عن فكرة الفنة المشتركة لدى أرسطو دون أن ندعى أنها تعود إلى أرسطو.

عملية الضرب المنطقي والفنة ذات العضو الواحد:

إذا كانت عملية الضرب المنطقي عملية أساسية لحساب الفئات، فهل نستطيع إجراء هذه العملية على الفنة ذات العضو الواحد وفئة أخرى مثلاً أو تختلف عنها؟ اهتم روسيير بهذه المسألة وأعطى لها الكثير من العناية، ورأى أنه إذا كان س عضواً في الفنة أ وأن هذا العضو يمثل فئة ذات عضو واحد فإن الفنة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفنة أ والفنة ذات العضو الواحد {س} تكون هي الفنة ذات العضو الواحد {س}:

$$(أ، \{س\}) س \in أ \equiv \{س\} \cap أ = \{س\}^{(٢)}.$$

(١) أرسطو ، التحليلات الثانية كتاب البرهان ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي جـ ٢ ، ص ٥٥٤ .

(٢) Rosser, " Logic for mathematicians " . P. 251.

وإذا لم يكن س عضوا في الفئة أ، وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد {س} فإن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة ذات العضو الواحد {س} والفئة أ تكون فئة فارغة لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفنتين:

$$(أ، \{س\}) \quad س \sim أ \equiv \{س\} \cap أ = صفر^{(1)}.$$

وعلى ذلك نجد روسيير يقرر بأن إجراء عملية الضرب المنطقي بين الفئة ذات العضو الواحد {س} وأي فئة ذات أعضاء ولتكن أ، إما ينبع عنها فئة فارغة وذلك في حالة أن العضو س الذي يمثل فئة ذات عضو واحد {س} ولا يكون عضوا في الفئة أ، وأما أن يكون فئة ذات عضو واحد {س} وذلك في حالة أن العضو س والذي يمثل فئة ذات عضو واحد ويكون عضوا في الفئة أ:

$$(أ، \{س\}) \quad \{س\} \cap أ = صفر \cap \{س\} \cap أ = \{س\}^{(2)}.$$

كما نجد كواين يقرر، إذا كان س عضوا في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة ذات العضو الواحد {س} والفئة أ هي الفئة ذات العضو الواحد {س}:

$$س \in أ \cdot \{س\} \cap أ = \{س\}^{(2)}.$$

أما عن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فنتين كل منهما ذات عضو واحد يرى روسيير أنه إذا كان العضو س يمثل فئة ذات عضو واحد والعضو ص أيضا يمثل فئة ذات عضو واحد، ففي حالة عدم وجود هوية بين العضو س والعضو ص، فإن الفئة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة {س} والفئة {ص} تكون فئة فارغة:

$$(س، ص) \quad س \neq ص \equiv \{س\} \cap \{ص\} = صفر^{(4)}.$$

وهنا نجد إجراء عملية الضرب المنطقي على الفئة ذات العضو الواحد وفئة أخرى منها، يختلف عن إجراء هذه العملية على الفئات الكلية، لأن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فنتين وكل منهما تحتوي على عضو واحد تكون الفئة الناتجة، إما فئة ذات

⁽¹⁾Ibid. P. 251.

⁽²⁾Ibid. P. 251.

⁽³⁾Quine, "Set theory and its logic" P. 114.

⁽⁴⁾Rosser, Op. Cit. P. 251.

عضو واحد، إذا وجدت هوية بين العضوين الذي يمثل كل منها فئة ذات عضو واحد، وإنما فئة فارغة وذلك في حالة عدم وجود هوية بين العضوين الذي يمثل كل منها فئة ذات عضو واحد.

وأن إجراء عملية الضرب المنطقي بين فئة ذات عضو واحد وفئة أخرى تحتوي على أكثر من عضو فإن الفئة الناتجة عن هذه العملية، إنما إنها فئة ذات عضو واحد، وذلك إذا كان العضو الذي يمثل فئة ذات عضو واحد عضو في الفئة التي تحتوي أكثر من عضو أو الفئة الكلية وإنما فئة فارغة، وذلك في حالة إذا كان العضو الذي يمثل فئة ذات عضو واحد ليس عضواً في الفئة الكلية لعدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئة ذات العضو الواحد والفئة الكلية.

ويرى ليلاج، إذا كان س عضواً في الفئة أ وأن س يمثل فئة ذات عضو واحد {س}، وإن لكل فئة لها فئة أخرى متممة لها فإن الفئة المتممة للفئة {س} وهي الفئة {س'} وتحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ ماعدا العضو س وإن الفئة الناتجة عن إجراء عملية الضرب المنطقي للفئة أ والفئة {س'} هي الفئة {س} أي:

أ ∩ {س'} تحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ ماعدا العضو س في حالة أن س ينتمي إلى الفئة أ^(١).

وأيضاً إذا كان ص عضواً في الفئة أ و ص يمثل فئة ذات عضو واحد {ص} فإن الفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة أ والفئة المتممة {ص'} تكون الفئة {ص} وإن الفئة أ تساوي " 1 + ن " من الأعضاء وعلى ذلك فإن أ ∩ {ص'} تكون فئة جميع أعضاء أ ماعدا العضو ص، وص يكون عضواً في الفئة أ وإن الفئة أ تحتوي على " 1 + ن " من الأعضاء^(٢). حيث " 1 " يشير إلى العضو الذي يمثل فئة ذات عضو واحد ون تشير إلى باقي أعضاء الفئة أ.

ومن ناحية أخرى، هل نجد لعملية الضرب المنطقي بين الفئات ما يماثلها في حساب القضايا، يرى كوببي، أن فكرة العطف بين القضايا مأخوذة عن فكرة الضرب

^(١) Leblang, Op. Cit. P. 177.

^(٢) Ibid. P.177.

المنطقى بين الفنات، حيث يقول، عندما يكون q ، ك متكافتين لـ A ، ب إذن q ، ك معاً ماخوذة عن الضرب المنطقى لـ $A \cdot B$ ^(١).

وإذا وجدت علاقة عطف بين قضيتين تسمى دالة عطفية، فالدالة العطفية دالة صدق ذات حجتين q ، ك تقرر الدالة الحجتين بطريقة عطفية أعني أنها تقرر صدق q ، ك معاً، وتعبر الأداة "و" واو العطف عن الرابط المنطقى والذى يقوم بين القضایا المعطوفة جميعاً مثل "مصر بلد عربي"، "الجزائر بلد عربي" قضية صادقة q . ك ويمكن أن تقرأ على الوجوه التالية كـ q صادقان معاً، أو q صادقة وكـ q صادقة في آن واحد أو أن q كـ q صادقان معاً ويطلق أحياناً على الدالة q كـ q اسم حاصل الضرب المنطقى ($q \cdot q$) ويكون q كـ q حجتى الضرب^(٢).

كما نجد بعض القضایا التحلیلیة في حساب القضایا صيغت على نموذج حساب الفنات كالتالي:

$$A \cdot B = \sim (A + B) \text{ في حساب الفنات}$$

$$q \cdot k = \sim (q \vee \sim k) \text{ في حساب القضایا}$$

أي أن كل من q كـ q صادقة يكفى القول بأن من الخطأ كل من k أو q كاذبة^(٣).

أهم النتائج القائمة على عملية الضرب المنطقى:

$$A \times A' = \text{صفر}^{(٤)}$$

إن فنـة الناتجة عن حاصل عملية الضرب المنطقى لأى فنـة والفنـة المتممـة لـها تكون فنـة فارـغـة لعدـم وجـود أـعـضـاء مشـترـكة بـيـنـ الفـنـتـيـنـ.

$$A \times \text{صفر} = \text{صفر}^{(٥)}$$

إن فنـة الناتجة عن حاصل عملية الضرب المنطقى لأى فنـة والفنـة الفارـغـة، تكون فنـة فارـغـة، لأنـ الفـنـة الفـارـغـة خـالـية منـ الأـعـضـاءـ.

^(١) Copi. "Symbolic logic" P. 342.

^(٢) د/محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٦٩

^(٣) Eaton. Op. Cit. P. 429.

^(٤) Bbochenki, "Aprecis of Mathematical logic", P. 60.

^(٥) Ibid. P.60.

$$A \times 1 = A^1$$

الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لأي فئة A والفئة الشاملة تكون الفئة A . نفسها.

$$A \times (A + B) = A^2$$

الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A والفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B تكون الفئة A .

$$A \times B = \text{صفر} = S \in A. S \in B. S \neq S$$

عندما يكون S عضواً في الفئة A و S عضواً في الفئة B والفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A والفئة B تكون فئة فارغة، فإن S لا يكون في هوية مع العضو S .

$$(A \times B) = A' + B'$$

الفئة المتممة للفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة A والفئة B تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة المتممة A' ، والفئة المتممة B'

$$A \times B \neq \text{صفر}. A \neq \text{صفر}$$

عندما تكون الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفتين ليست فئة فارغة يلزم عن ذلك أن كل من الفتنتين التي تم إجراء عملية الضرب المنطقي عليهما لا تكون فئة فارغة

$$S \in A \times B = S \in A \cap S \in B$$

$$S \in A' B' \equiv S \in A \cap S \notin B$$

⁽¹⁾Ibid. P.60

⁽²⁾Ambrose, and lazerowitz. Op. Cit. P. 309.

⁽³⁾Bochenksi, "Aprecis of Mathematical logic", P. 60.

⁽⁴⁾Copi, "symbolic logic", Op. Cit. P. 341.

⁽⁵⁾Ibid. P. 340.

⁽⁶⁾Slupecki, and Borkowski, Op. Cit. P. 162

إذا كان S عضواً في الفئة A يعني أن S يكون عضواً في الفئة A وعضاً في الفئة B في نفس الوقت، وإذا كان S عضواً في الفئة A يعني أن S عضواً في الفئة A وليس عضواً في الفئة B .

$$A \subset B \Leftrightarrow A = A \times B \quad (1)$$

إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B يلزم عن ذلك أن الفئة A تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A والفئة B .

$$(A, B) A \times B \subseteq B \quad (2)$$

إذا كانت الفئة A في هوية مع الفئة B فإن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A والفئة B تكون متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة B .

$$(A, B, C) A \subseteq B \Leftrightarrow A \subseteq C \subseteq B \quad (3)$$

إذا كانت الفئة A متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة B يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A والفئة C تكون متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة B والفئة C .

$$(A, B, C) A \subseteq B \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq C \quad (4)$$

وفي حالة أن الفئة A تكون متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة B \rightarrow يعني أن الفئة A تكون متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة B والفئة A متضمنة تضمناً متبادلاً في الفئة C .

$$(A, B, C) A \subseteq B \subseteq C \Leftrightarrow A \subseteq C \quad (5)$$

إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B \rightarrow تضمناً أصيلاً يلزم عن ذلك أن الفئة A تكون متضمنة تضمناً أصيلاً في الفئة B ومتضمنة في الفئة C تضمناً أصيلاً.

⁽¹⁾Morse, " A theory of sets " P. 48

⁽²⁾Rosser, Op. Cit. P. 235

⁽³⁾Ibid. p.235.

⁽⁴⁾Ibid. P. 236

⁽⁵⁾Ibid. P. 236.

ثانياً: عملية الجمع المنطقي:

يقول كواين، الفئة التي تجمع كل الأعضاء، أي أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة ب تسمى حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب^(١). فالفئة الناتجة عن حاصل عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب هي الفئة التي تحتوي جميع أعضاء الفئة أ وأعضاء الفئة ب، فلو كانت أ فئة الأميركيين وب فئة السياسيين، فإن أ + ب هي الفئة التي تحتوي جميع الأميركيين والسياسيين، أي تحتوي على كل أمريكي وكل سياسي سواء أمريكي أو غير أمريكي^(٢). وكل إنسان أمريكي يكون عضواً في الفئة أ + ب وكل إنسان سياسي سواء أمريكي أو غير أمريكي يكون عضواً في الفئة أ + ب، وعلى ذلك فإن فئة الجمع المنطقي لفنتين أ، ب تعين بالفترة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تنتمي إلى الفنتين^(٣).

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تحتوي على جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئات الناتجة عنهم هذه الفئة، فإن عملية الجمع المنطقي هي عملية اتحاد أو ربط للفئات التي يتم إجراء الجمع المنطقي عليها، فعملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب تسمى بالاتحاد أو الربط بين الفئة أ والفئة ب^(٤)، أي حصر جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تدرج تحت الفئة ب في فئة واحدة نطلق عليها الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي، فإذا كانت أ فئة مدخني الباب و ب فئة المنطقة تكون فئة الجمع هي جميع الناس الذين هم أما مدخني الباب أو مناطقة^(٥).

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي هي عملية اتحاد أو ربط بين الفئات بحيث نقوم بحصر جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئات المراد إجراء عملية الجمع المنطقي عليها في فئة واحدة تسمى ناتج الجمع المنطقي وإجراء هذه العملية لا يقتصر على عدد معين من الفئات ولابد من وجود فنتين على الأقل لأجراء هذه العملية، وعلى ذلك فإن إجراء عملية الجمع المنطقي يكون بين فنتين أو أكثر^(٦).

^(١)Quine, "Mathematical logic" P. 180

^(٢)Ibid. P. 180

^(٣)Whitehead, and Russell, Op. Cit. P. 302

^(٤)Feys, and Fitch, Op. Cit. P. 96

^(٥)Bochenksi, "Aprecis of Mathematical logic" P. 56

^(٦)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

ويرمز للفنة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفنة أ والفنلة ب، بـ $A + B$ أي الفنة التي تحتوي على الفنة أ والفنلة ب^(١). والفنلة $A + B$ تعني كل عضو يندرج تحت هذه الفنة أما أن يكون عضوا في الفنة أ أو عضوا في الفنة ب.

كما نجد جورج بول، يعبر عن حاصل الجمع المنطقي بالصورة التالية $A + A' B$ حيث تكون A' هي الفنة المتممة للفنة أ أو النافية لها أي المكونة من كل الأشياء التي لا تنتمي إلى الفنة أ أو تتعلق بها^(٢)، بمعنى أن الفنة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفنة أ والفنلة ب تحتوي جميع أعضاء الفنة أ مضافا إليها الأعضاء التي تندرج تحت الفنة ب ولا تندرج تحت الفنة أ أي الفنة $A + B$ ويمكن التعبير عنها أيضا بـ $+ A B$.

والفنلة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة أ والفنلة ب يعرف بواسطة A, B يكون مجموع الأعضاء التي تنتمي إما إلى الفنة أ أو إلى الفنة ب، وفي الرياضيات نستخدم كلمة "أو" في الانقسام^(٣)، وهذا هو المعنى المعروف لحاصل الجمع المنطقي في كتب المنطق^(٤).

ويمكن التعبير عن عملية الجمع المنطقي بين الفنة أ والفنلة ب عن طريق الانتفاء كالتالي: $A + B = (S \in A \vee S \in B)$ ^(٥)، أي كل عضو في الفنة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنة أ والفنلة ب أما أن يكون عضوا في الفنة أ أو عضوا في الفنة ب أو فيهما معا.

وعلى الرغم من أن عملية الجمع المنطقي تشبه عملية الضرب المنطقي في أنها علاقة قائمة بين الفنة أ والفنلة ب^(٦)، فإن الفنة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي لفنتين A, B تكون متضمنة في الفنة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي لفنتين $A + B$ ^(٧)، طالما أن الفنة $A + B$ تحتوي كل الأعضاء المشتركة بين الفنة أ والفنلة ب وإن الفنة

^(١)Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 229

^(٢)Kneale, and Kneale, Op. Cit. P. 410.

نقلًا عن كتاب الدكتور / عزمي إسلام، دراسات في المنطق وتصوص مختار، ص ١٤٨.

^(٣)Malitz, Op. Cit. P. 3

^(٤)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

^(٥)Malitz, Op. Cit. P. 3

^(٦)Langer, Op. Cit. P. 139

^(٧)Ibid. p. 140

أ + ب تحتوي كل الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تدرج تحت الفئة ب، وكل عضو في الفئة أ ب يكون عضواً في الفئة أ + ب.

وإذا كان حاصل الجمع المنطقي يعني ربط أو اتحاد بين الفئات، فإن ناتج عملية الجمع المنطقي يمثل فئة وتحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئات التي تم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم، فإذا كانت عملية الجمع المنطقي أ + ب تحتوي الأعضاء التي تتنمي إلى واحدة أو إلى الأخرى وأن أ، ب فئات، فإن أ + ب تمثل فئة^(١)، وبالنسبة لأي عضو يكون في الفئة أ يكون أيضاً عضواً في الفئة أ + ب فالفئة أ تكون فئة فرعية من الفئة أ + ب ومتضمنة فيها، وكذلك بالنسبة لأي عضو يكون في الفئة ب يكون أيضاً عضواً في الفئة أ + ب فتكون الفئة ب فئة فرعية من الفئة أ + ب ومتضمنة فيها^(٢).

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تحتوي على جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئات التي تم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم وأن كل فئة من هذه الفئات فئة فرعية من هذه الفئة، فإن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تعبر عن فئة شاملة، ولكنها تختلف عن الفئة الشاملة سابقة الحديث والتي تحتوي على جميع الأعضاء التي تكون أماً أعضاء في الفئة أ وأماً أعضاء في الفئة أ^(٣). فجميع الأعضاء التي تحتويها الفئة الشاملة أما تكون أعضاء في الفئة أ وأماً أعضاء في الفئة أ^٤ وهنا يتضح الاختلاف والذي يقر بأن الفئة الشاملة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تحتوي على فئات محددة وتم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم، أما الفئة الشاملة أو عالم المقال فإنها تحتوي كل شيء.

وعلى الرغم من التشابه في عملية الجمع بين الجبر الرياضي والجبر المنطقي إلا أننا في الجبر المنطقي نجد هذه العملية تعد عملية فكرية نستطيع من خلالها التأليف بين الفئات حيث يقول بول موي في ذلك إننا إذا كنا نستخدم في عمليات الجبر رموز لها خصائص معينة فمن الممكن استخدام رموز مشتقة من الرمزية الجبرية للتعبير عن العمليات الفكرية^(٤)، وهنا نجد بول موي يقر بأن عملية الجمع المنطقي على الرغم من

^(١)Eaton, Op. Cit. P. 419

^(٢)Langer, Op. Cit. P. 140

^(٣)Alexander, "An introduction to logic" P. 162

^(٤)بول موي، المرجع السابق، ص ٣٦٠

تشابها في الرمز مع الجمع الحسابي إلا أنها تمثل عملية فكرية نستطيع من خلالها الربط بين الفنات.

وعلى الرغم من التشابه بين الجمع المنطقي والجمع الجبري في الرمز إلا إننا نجد اختلافاً بينهما في الجبر المألف $A + A = A$ ولكن في جبر المنطق $A + A = A$ وهذا القانون يميز مفهوم عملية الجمع في المنطق عن مفهوم عملية الجمع في الجبر المألف، فجبر المنطق يتميز عن كل الجبريات العددية بقانون خصوصي في الجمع $A + A = A$ ^(١)، فقد توصل بول إلى فكرة الجمع المنطقي بين الفنات إلى معادلة تختلف عن الجبر المألف وهي $A + A = A$ ويفسر صدق هذه المعادلة بأننا إذا رمزنَا إلى فنَة ما بالحرف A وأردنا مضاعفة ذلك الفنَة بإضافة الفنَة ذاتها، فإننا لن نحصل في حاصل الجمع على تضييف الفنَة وإنما على الفنَة نفسها بلا زيادة^(٢).

ويمكن التعبير عن عملية الجمع المنطقي عن طريق اللزوم على النحو التالي:

$$(s \in A) \vee (s \in B) \Leftrightarrow (s \in A + B)^{(٢)}.$$

بالنسبة لأي s ، إذا كان s عضواً في الفنَة A أو عضواً في الفنَة B لكن عضواً في الفنَة $A + B$.

ويمكن التعبير عن عملية الجمع المنطقي، عن طريق الفصل على النحو التالي:

$$s \in (A + B) \equiv s \in A \vee s \in B^{(٤)}.$$

وهذا يعني أن كل عضو في الفنَة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفنَة A والفنَة B إما يكون عضواً في الفنَة A وإما يكون عضواً في الفنَة B ، أي لا بد أن يكون عضواً في إحدى الفنتين على الأقل.

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي للفنَة A والفنَة B والتي تقر بأن كل عضو في الفنَة $A + B$ يكون عضواً في إحدى الفنتين على الأقل ففي حالة وجود عضو في الفنَة $A + B$ ولا يكون عضواً في أي من الفنتين تكون عملية الجمع المنطقي في هذه الحالة

^(١) بلاشى، المرجع السابق، ص ٣٩١.

^(٢) د/محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٢٥٧.

^(٣) Langer, Op. Cit. P. 140.

^(٤) Ambrose, and, lazerowitz, Op. Cit. P. 224

خاطئة، ذلك أن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي $A + B$ تحتوي على جميع الأعضاء التي تنتمي إلى إحدى الفئتين على الأقل، لكل $s \in (A + B)$ في حالة واحدة فقط وهي إما أن يكون $s \in A$ أو $s \in B$ ويكون خطأ في حالة أن $s \notin A$ أو $s \notin B$ ^(١).

وعلى الرغم من أن عملية الجمع المنطقي تشبه عملية الضرب المنطقي في أنها علاقة قائمة بين فئتين أو أكثر، فإن الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي، من السهل أن تكون فئة فارغة وذلك في حالة عدم وجود أعضاء مشتركة بين الفئات التي تم إجراء عملية الضرب المنطقي عليهم ولكن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تكون فئة فارغة في حالة واحدة فقط وهي عندما تكون جميع الفئات التي تم إجراء عملية الجمع المنطقي عليهم فئات فارغة أي صفر + صفر = صفر.

فالقول بأن $A + B = \text{صفر} \cdot C$. $A = \text{صفر} \cdot B = \text{صفر}$ ^(٢)

وإذا كانت الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة A والفئة B تمثل الفئة $A + B$ والتي تحتوي على الأعضاء التي تدرج تحت الفئات A ، B ، $A \cdot B$ ، فالفئة المتممة للفئة $A + B$ هي فئة جميع الأعضاء المتممة للفئة A أو الأعضاء المتممة للفئة B ، ويعبر عنها بـ $(A + B)'$ ^(٣)، داخل نطاق الفئة الشاملة التي تحتوي الفئة A والفئة B .

ويمكن تعريف عملية الجمع المنطقي عن طريق دوال القضايا كالتالي:

$$s \in (s \in \emptyset \vee s \in s)$$

$$s \in (s \in \emptyset \vee s \in s)$$

$$A \cup B \leftarrow s \in (s \in \emptyset \vee s \in s) \in A \cup B$$

وبطريقة أخرى:

$$s \in (A + B) \equiv s \in A \vee s \in B$$

^(١)Suppes, "Introduction to logic" P. 185

^(٢)Lewis, and, Langford, Op. Cit. P. 52

^(٣)Feys, and Fitch, Op. Cit. P. 97

^(٤)Leblang, Op. Cit. P. 170

$$س \in ف(ف ه) \vee س \in ف(ف ط) \equiv$$

$$س \in أ \vee س \in ب \equiv$$

$$س \in (أ + ب) \quad (١)$$

عملية الجمع المنطقي والفلة ذات العضو الواحد:

إذا كانت الفلة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي لفتنتين أ، ب هي الفلة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفلة أ والفلة ب، فما الحال لو أجرينا هذه العملية على فلة ذات عضو واحد وفلة أخرى مثلاً أ أو تختلف عنها؟

وعندما نجري عملية الجمع المنطقي على فنتين كل منهما ذات عضو واحد ففي حالة العضوين س، ص والذي يمثل كل منهما فلة ذات عضو واحد ولا يكونان في هوية، فإن الفلة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي تحتوي على عضوين، {س} \vee {ص} عندما يكون العضوان س، ص متميزين فإن الفلة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي في هذه الحالة تحتوي على الأقل عضوين وعلى الأكثر عضوين^(٢).

وقد عبر لبلاتج عن ذلك على النحو التالي:

$$(س) (ص) (س \neq ص) . C. (ع \in \{س\} \vee \{ص\})$$

فالفلة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي {س} \vee {ص} تحتوي عضوين وهي في حالة أن يكون العضو س والذي يمثل فلة ذات عضو واحد {س} متميز عن العضو ص والذي يمثل الفلة ذات العضو الواحد {ص}^(٢).

ولكن عندما نجري عملية الجمع المنطقي على فنتين كل منهما تحتوي عضواً واحداً {س} \vee {ص} وأن العضو س والذي يمثل فلة ذات عضو واحد {س} يكون في هوية مع العضو ص والذي يمثل الفلة ذات العضو الواحد {ص} أي س = ص فإن الفلة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي في هذه الحالة تحتوي عضو واحد، حيث يقول لبلاتج، في حالة الفلة {س} والفلة {ص} تكونان غير متميزتين فإن الفلة {س} \vee {ص} تحتوي

^(١)Ambrose and lazerowitz. Op. Cit. P. 224

^(٢)Leblang. Op. Cit. P. 176

^(٣)Ibid.p.176.

على الأقل وعلى الأكثر عضو^(١). وهنا نرى أن لبلاغ يقر بأن في حالة إذا كان $S = \{s\} \vee \{s\} \text{تساوي عضو على الأقل وعلى الأكثر}$.

وعادة ما يعبر عن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة ذات العضو الواحد $\{S\}$ والفتة ذات العضو الواحد $\{s\}$ ، بالصيغة $\{S + s\}$ أي أن:

في حالة S ، $s \in S$. $\{S\} + s = \{S + s\}$.

أو $S + \{s\} = \{S + s\}$ ^(٢).

ففي حالة أن العضوين S ، s كلٌّ منها يمثل فئة ذات عضو واحد وأن كلٌّ منها يكون عضواً في الفتة A ، فإن حاصل عملية الجمع المنطقي للفتة $\{S\}$ والفتة $\{s\}$ يساوي الفتة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي $\{S + s\}$.

وإذا كان S عضواً في الفتة A وأن S يمثل فئة ذات عضو واحد $\{S\}$ ، فإن الفتة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفتة A والفتة $\{S\}$ تكون هي الفتة A ، وقد عبر روسيير عن ذلك على النحو التالي: $(A, \{S\}) S \in A \equiv \{S\} \vee A = A$ ^(٣).

بالإضافة إلى أنه إذا كان S ، s عضوين في الفتة A وأن S يمثل فئة ذات عضو واحد $\{S\}$ وأن s يمثل فئة ذات عضو واحد $\{s\}$ ، فإن الفتة الناتجة عن الجمع المنطقي للفتة $\{S\}$ والفتة $\{s\}$ هي الفتة $\{S + s\}$ وكون كل فئة لها فئة أخرى متممة لها فإن الفتة المتممة لهذه الفتة هي $\{S + s\}$ والتي تحتوي على جميع الأعضاء والتي تدرج تحت الفتة A ماعدا العضوين S ، s .

وأيضاً الفتة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي بين الفتة ذات العضو الواحد والفتة الفارغة تكون هي الفتة ذات العضو الواحد نفسها أي:

$$\{S\} \vee \emptyset = \{S\}$$

الفصل القوي والفصل الضعيف:

الفتة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي $A + B$ تحتوي على جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفتة A والأعضاء التي تدرج تحت الفتة B ، وكل عضو يندرج تحت الفتة

^(١)Ibid. p.176.

^(٢)Quine, "Set theory and its logic", P. 112

^(٣)Rosser, Op. Cit. P. 251

أ + ب إما يكون عضوا في الفئة أ إما يكون عضوا في الفئة ب وإما يكون عضوا في كلتيهما معاً^(١).

فكل عضو من أعضاء الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة أ والفئة ب أي الفئة أ + ب لابد أن يكون عضوا في إحدى الفئتين على الأقل، فإذا كانت جـ هي الفئة الناتجة عن الجمع المنطقي فهي فئة جميع الأفراد التي تنتمي إلى إحدى الفئتين على الأقل^(٢).

إذا كان كل عضو من أعضاء الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب، إما يكون عضوا في الفئة أ أو يكون عضوا في الفئة ب أو عضوا في كليهما، فإن هذه الفئة تسمى فئة الفصل، أي أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تسمى فئة الفصل^(٣).

وهكذا إذا كانت الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي بين فئتين تسمى فئة الفصل، فإن الفصل في هذه الحالة لا يقتصر على معنى واحد فقط، ولكننا نجد للفصل معنيين، فالواقع أن كلمة "أو" تفيد في اللغة الإنجليزية معنيين^(٤).

وعلى ذلك يكون للفصل معنيان وهما الفصل القوي Strong disjunction والفصل الضعيف weak disjunction فإذا كان أ فئة الكتب الإنجليزية وب فئة الكتب الفرنسية فحاصل الجمع المنطقي أ + ب أو أ جمع ب إما أ أو ب^(٥)، بمعنى أن الفئة الناتجة عن عملية جمع الفئة أ والفئة ب في المثال السابق كل عضو فيها إما أن يكون عضوا في الفئة أ أو عضوا في الفئة ب ومن المستحيل أن يكون عضوا من أعضاء الفئة أ + ب ويندرج تحت الفئة أ والفئة ب في نفس الوقت.

والجمع المنطقي في هذه الحالة قائم على علاقة "إما... أو"^(٦). Either... or وهذه العلاقة تعبر عن الفصل القوي بين الفئة أ والفئة ب، والذي يفيه الافتصال مع استحالة الاتصال ويسمى أحيانا باسم الفصل الاستبعادي أو غير الشمولي ويفيد القول

^(١)Ambrose, and lazerowitz, Op. Cit. P. 224

^(٢)Carnap, Op. Cit. P.126

^(٣)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

^(٤)Kneale, and Kneale, Op. Cit. P. 409

نقاً عن كتاب الدكتور / عزمي إسلام، دراسات في المنطق وتصوص مختار، ص ١٤٧.

^(٥)Cohen, and, Nagel, Op. Cit. P. 122

^(٦)Alexander, Op. Cit. P. 162

ياماً كذا أو كذا مع استحالة الجمع بين البديلين ويرمز للفصل القوي بين الفئات بالعلامة $\overline{(+)}$ ^(١).

وعلى ذلك في حالة وجود فئتين أ، ب وأن الفئة أ تحتوي خصائص معينة لا تحتويها الفئة ب وأن الفئة ب تحتوي خصائص لا تحتويها الفئة أ ولا توجد أعضاء مشتركة بين الفئتين أ، ب ففي هذه الحالة تكون الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لهذين الفئتين فئة فارغة، والالفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي تمثل فصلاً قوياً بينهما، طالما كل عضو في الفئة أ + ب إما أن يكون عضواً في الفئة أ فقط أو عضواً في الفئة ب فقط.

إذا كانت الفئة أ + ب تحتوي الفئات أ ب + أ ب + أ ب فإذا كان الجمع المنطقي بين الفئة أ والالفئة ب يمثل فصل قوي، فإن الفئة أ + ب تحتوي على الفئتين أ ب + أ أي تحتوي فقط على الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ ب والأعضاء التي تدرج تحت الفئة ب أ، ويقر هذا المعنى كل من فيس وفيتش بقولهما، يعرف الفصل القوي بين الفئة أ والالفئة ب بأنه فئة أعضاء الفئة أ التي لا تكون أعضاء للفئة ب وأعضاء الفئة ب التي لا تكون أعضاء للفئة أ ويعبر عنه عادة (أ ب) + (ب أ)^(٢).

ونجد للفصل القوي بين الفئات ما يماثله في حساب القضايا وهو $A + A' = 1$ يماثل في حساب القضايا $q \sim q$ ، بمعنى التصور الذي قام عليه الفصل القوي بين الفئة أ والالفئة أ' والذي يعني بأن كل عضو في الفئة الشاملة إما أنه يكون عضواً في الفئة أ فقط أو يكون عضواً في الفئة أ' فقط وهو نفس التصور الذي قام عليه الفصل القوي بين القضايا والذي يقر بأن أي قضية إما كاذبة أو صادقة ومن المستحيل أن تصدق القضية وتكون في نفس الوقت.

والمعنى الثاني للفصل بين الفئات وهو الفصل الضعيف، لنفرض أننا جمعنا فئة الطلبة الجامعيين وفئة الأدباء الشبان في فئة واحدة أطلقنا عليها اسم فئة الشبان المتفقين، فإننا لو أخذنا أي فرد من هذه الفئة لكان هذا الفرد إما طالب بالجامعة أو أحد الأدباء الشبان ولكن يجوز في هذه الحالة أن يجمع بعض الأفراد بين كونهم طلبة

(١) د/ عزمي إسلام، أساس المنطق الرمزي، ص ٤٢.

(٢) Feys, and Fitch, Op. Cit. P. 96

بالجامعة وكونهم من الأدباء الشبان وعلى ذلك فإن أي فرد في فئة الشبان المثقف لا بد أن يصدق عليه أحد البديلين على الأقل أو يجوز أن يصدق عليه البديل الآخر^(١).

ومن خلال المثال السابق نستطيع القول بأن حاصل الجمع المنطقى في هذه الحالة يمثل فئة الأشياء التي تنتمي إما إلى إحدى الفئتين أو كليتهما^(٢). فكل عضو ينتمي إلى الفئة A + ب إما يكون عضواً في الفئة A أو عضواً في الفئة B أو يكون عضواً في الفئة A والفئة B في نفس الوقت، والجمع المنطقي في هذه الحالة يمثل فصل ضعيف·· والذي يقر بأن الفئة الناتجة عن حاصل ضرب الفئة A والفئة B لا يكون فئة "فارغة بل فئة تحتوي على الأقل عضواً".

والفصل الضعيف يرمز له بالرمز (+) الذي يمكن التعبير عنه في اللغة العربية بالأداة "أو" او "or" ويسمى أحياناً باسم الفصل الشمولي أو غير الاستبعادي بل يفيد احتمال اشتراكهما في عدد من الأعضاء في الوقت نفسه، فالفصل هنا يفيد معنى الانفصال مع إمكان الاتصال^(٣).

ويرى كوبى، إذا كانت عملية الجمع بين الفئات تقابل رمز symbol الفصل (v) في نظرية حساب القضايا فإن الفصل بين الفئات A + B يدل على الفصل الضعيف في حساب القضايا، حيث يقول، أن قvk مأخذة من العلاقة A + B وعلاقة + تدل على الفصل الضعيف في حساب القضايا^(٤)، هذا الرأي فيه نوع من الخطأ لأن الفصل سواء في حساب الفئات أو في حساب القضايا يكون له معنيان وهما فصل قوى وفصل ضعيف، وطالما أن عملية الجمع في حساب الفئات تعرف بالفصل بين الفئات فإن الفصل في هذه الحالة إما أن يكون فصلاً قوياً وإما أن يكون فصلاً ضعيفاً والذي يحدد معنى الفصل بين الفئات هو مدى علاقة الفئات ببعضها هل توجد أعضاء مشتركة بينهم أم لا، وبالنسبة لتحديد معنى الفصل بين القضايا يتوقف على صدق القضية الأخرى والعكس، فإذا كان الفصل يقوم على صدق إحدى القضيتين يلزم عنه كذب القضية الأخرى والعكس، كان الفصل في هذه الحالة فصلاً قوياً، وإذا وجد احتمال صدق القضيتين أو كذبهما معاً كان الفصل في هذه الحالة فصلاً ضعيفاً.

(١) د/محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٢٥٥.

(٢)Carney, and Scheer, Op. Cit. P. 275

(٣) عزمي إسلام، أساس المنطق الرمزي، ص ٤٢.

(٤)Copi, "Symbolic logicP. 342

فإن المنطق الحديث ملزوم بالمذهب الأرسطي لا يجد عنه، وعلى الرغم من اختلاف الرموز التي تعبّر عن عملية الجمع المنطقي، إلا أن الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي للفئة أ والفئة ب هي الفئة $A + B$ وتحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ والأعضاء التي تدرج تحت الفئة ب وكل عضو يندرج تحت هذه الفئة إما يكون عضواً في الفئة أ أو عضواً في الفئة ب، لذا الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي $A + B$ تسمى فئة الفصل^(١).

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي ما هي إلا عملية فصل بين الفئات وأن كلمة "أو" هي التي تعبّر عن الفصل فهذه الكلمة أول من قال بها أرسطو، حيث يقول، عندما نقسم الإنسان إما أن يكون فان أو غير فان^(٢). وهنا نجد أن أرسطو قد استخدم كلمة "أو" للفصل بين فئة الفنانين وفئة غير الفنانين وأن الفصل في هذه الحالة فصل قوي لعدم وجود أعضاء مشتركة بين فئة الفنانين وفئة غير الفنانين، فإذا عربنا عن فئة الفنانين بالرمز A وفئة غير الفنانين بالرمز B وهي الفئة التي تحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة الشاملة ماعدا الأعضاء التي تدرج تحت الفئة A ، فلا نجد أعضاء مشتركة بين الفئة A والفئة B .

ويقول أرسطو أيضاً، عندما نقسم هي إما أن يكون فانياً أو أزلياً^(٣). وأيضاً إذا رمزنا لفئة الفنانين بالرمز A ورمزنا لفئة الأزليين بالرمز B فإن فئة هي $A + B$ وتحتوي جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة A والأعضاء التي تدرج تحت الفئة B وإن كل عضو في الفئة $A + B$ يكون عضواً في الفئة A أو عضواً في الفئة B .

وأخيراً نستطيع القول بأن عملية الجمع المنطقي ترجع جذورها إلى المنطق الأرسطي وليس من إبداع المناطقة المحدثين.

أهم النتائج القائمة على عملية الجمع المنطقي:

$$A + A' = 1 \quad (٤)$$

^(١) Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 262

^(٢) أرسطو، كتاب التحليلات الثانية، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ ٢ ، ص ٤٢٠ .

^(٣) أرسطو، التحليلات الأولى، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، جـ ١ ، ص ٢٢٥ .

^(٤) Bochenski, A precis of Mathematical logic, P. 60.

كل عضو في الفئة الشاملة إما يكون عضواً في الفئة أ أو عضواً في الفئة أ .

$$أ + صفر = أ^{(1)}$$

الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي لأي فئة أ والفئة الفارغة تكون في هوية مع الفئة أ نفسها.

$$أ + 1 = 1^{(2)}$$

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي هي عملية حصر للأعضاء التي تدرج تحت الفئات التي تجري عليهم هذه العملية، ففي حالة إجراء عملية الجمع المنطقي للفئة الشاملة وأي فئة فرعية منها، فالفئة الناتجة عن هذه العملية تحتوي جميع أعضاء الفئة الشاملة أو هي الفئة الشاملة نفسها.

$$أ + صفر = أ \times أ^{(3)}$$

إذا كان حاصل الضرب المنطقي لأي فئة وألفة المتممة لها فئة فارغة، فإن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة الفارغة يكون الفئة التي تحتوي جميع أعضاء الفئة أ والفئة $A \times A$.

$$أ + (أ \times ب) = (أ \times ب)^{(4)}$$

وإذا كانت الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي أ ب متضمنة في الفئة أ فإن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة أ ب تكون في هوية مع الفئة أ .

$$أ + ب = - (أ \times ب)^{(5)}$$

وإذا كانت الفئة المتممة للفئة $(أ + ب)$ هي الفئة التي تحتوي الأعضاء التي تدرج تحت الفئة المتممة أ والأعضاء التي تدرج تحت الفئة المتممة ب، إذا فالفئة $A + B$ تكون في هوية مع الفئة المتممة للفئة $(A \times B)$.

ونجد لهذا المفهوم ما يناظره في حساب القضايا وهو:

⁽¹⁾Ambrose, and lazerowitz, Op. Cit. P. 305

⁽²⁾Carney, and Scheer, Op. Cit. P. 276

⁽³⁾Ambrose, and lazerowitz, Op. Cit. P. 305

⁽⁴⁾Suppes, Op. Cit. P. 204

⁽⁵⁾Eaton, Op. Cit. P. 436

$$q \vee k \equiv \sim (\sim q \cdot \sim k) \quad (1)$$

ويعني القول بأن القضية q صادقة أو القضية k صادقة يكفي القول بأنه من الخطأ كذب القضية q والقضية k في نفس الوقت.

$$A + B = \text{صفر} \equiv A = \text{صفر}, B = \text{صفر} \quad (2)$$

وإذا كانت عملية الجمع المنطقي هي عملية حصر للأعضاء، ففي حالة أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B تكون فئة فارغة، فإن الفئة A في هذه الحالة فئة فارغة والفئة B أيضاً فئة فارغة.

$$A \cup B = A + B \quad (3)$$

الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي لفتيترين تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي لهاتين الفتتين.

$$A \cdot A = A \quad (4)$$

وهذا المبدأ يتميز به جبر المنطق عن الجبر المأثور والذي يعني مهما أضفت أي فئة إلى نفسها ينتج عن ذلك نفس الفئة.

$$A \cup B \cdot C = A + B \cdot C \quad (5)$$

التضمين بين فتيترين يعني كل أعضاء الفئة الأولى تكون أعضاء في الفئة الثانية فإذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B ، يلزم عن ذلك أن الفئة B تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B .

$$A \cup B \cdot C = A + B \cdot C \quad (6)$$

⁽¹⁾Lewis, and langford, Op. Cit. P. 83

⁽²⁾Bocheniski, Aprecis of Mathematical logic P. 60

⁽³⁾Eaton, Op. Cit. P. 440

⁽⁴⁾Ibid. P.436.

⁽⁵⁾Morse, Op. Cit. P. 49

⁽⁶⁾Ibid. P. 49.

وإذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B يلزم عن ذلك أن الفئة A تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B والتي تكون في هوية مع الفئة B .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A + B = B \quad (1)$$

وإذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B تضمنا متبادلاً، يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة A والفئة B تكون في هوية مع الفئة B .

$$A + B - (S \in A \wedge S \in B) \quad (2)$$

كل عضو في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B ، إما أن يكون عضواً في الفئة A أو عضواً في الفئة B .

$$\overline{A + B} = \overline{A} + \overline{B} \quad (3)$$

الفئة المتممة للفئة $A + B$ تكون في هوية مع حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A + \overline{B} + \overline{A} \quad (4)$$

إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B تضمنا متبادلاً يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة \overline{B} تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة B والفئة \overline{A} تضمنا متبادلاً.

$$(A, \{S\} S \in A \equiv A \{S\}) \quad (5)$$

إذا كان S عضواً في الفئة A و S يمثل فئة ذات عضو واحد، فإن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة $\{S\}$ والفئة A تكون في هوية مع الفئة A .

$$S, \{S\} \in A \Leftrightarrow \{S\} + \{S\} = \{S + S\} \quad (6)$$

⁽¹⁾Malitz, Op. Cit. P. 3

⁽²⁾Rosser, Op. Cit. P. 228

⁽³⁾Quine, "Mathematical logic". P. 181

⁽⁴⁾Rosser, Op. Cit. P. 235

⁽⁵⁾Ibid. P. 251

⁽⁶⁾Quine, "Set theory and its logic". P. 112

إذا كان s ، ص عضوين في الفئة A وأن كلاً منها يمثل فئة ذات عضو واحد يلزم عن ذلك أن الفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة $\{s\}$ والعضو ص في هوية مع الفئة $\{s+s\}$.

$$A, \{s\} s \in A \equiv (A - s) \vee \{s\} = A^{(1)}$$

إذا كان s عضواً في الفئة A و s يمثل فئة ذات عضو واحد، فالالفئة الناتجة عن حاصل جمع الفئة المتممة $\{s\}$ والفئة $\{s\}$ تكون في هوية مع الفئة A .

ثالثاً : المبدأ القائم عليها حساب الفئات:

Principle of identity

١- مبدأ الهوية

$$A \supseteq A, A = A$$

يقوم هذا المبدأ على أساس كل فئة تكون متضمنة في نفسها أي أنها فئة فرعية لنفسها، حيث يقول كل من جون ونيكل، هذا المبدأ يقرر أن كل فئة تكون متضمنة في نفسها^(٢)، وكل فئة تكون مشتملة على ذاتها، وهو نفس القانون الذي نعبر عنه بأن $A = A$ ^(٣)، بمعنى كل فئة تكون في هوية مع نفسها بجانب أنها فئة فرعية لنفسها، فئة الإنسان تكون في هوية مع فئة الإنسان، أي فئة الإنسان تكون مشتملة على ذاتها وإنها فئة فرعية لنفسها.

ولا يقتصر مبدأ الهوية على أن كل فئة تكون مشتملة ذاتها أو أنها فئة فرعية لنفسها ولكن إذا وجدت فنتان A ، B وكل منها تشتمل على نفس الأعضاء وكانت العلاقة بين الفئة A والفئة B علاقة تضمن متبادل فهذه العلاقة بين الفئة A والفئة B تمثل مبدأ الهوية .

ونجد لمبدأ الهوية ما يقابلها في حساب القضايا، فمبدأ الهوية عرف في حساب القضايا بمبدأ التكافؤ بين القضايا، $C = Q$ وتقرأ ق تكافئ ق أو أن أية قضية تكافئ نفسها ق . ق فإذا كانت ق صادقة كانت ق صادقة^(٤).

^(١)Rosser, Op. Cit. P. 251

^(٢)Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 123

^(٣)Suppes, Op. Cit. P. 180

^(٤)د/ عزمي إسلام، أساس المنطق الرمزي، ص ١٥٥.

و هنا نجد الاختلاف بين مبدأ الهوية بين الفنات و مبدأ التكافؤ Principle of equivalence بين القضايا، بأن الهوية بين الفنات تقرر أن الفنلة لابد أن تكون في هوية مع نفسها أو الفنلة تكون في هوية مع فنلة أخرى وكل منها تحتوي نفس الأعضاء، في حين أن التكافؤ بين القضايا يقوم على وجود تكافؤ في الصدق أو الكذب بين القضية ونفسها أي $\neg q \equiv \neg \neg q$ ، وأيضا يوجد مبدأ التكافؤ بين قضيتين إذا كان كلاهما صادق أو كلاهما كاذب في نفس الوقت ويمكن التعبير عن التكافؤ $\neg q \equiv \neg \neg q$ على الوجه التالي:

$$q \equiv \neg q \text{ تعني } [\neg q] \vee [\neg \neg q]$$

٢- مبدأ التناقض Principle of contradiction

يقرر هذا المبدأ بأنه لا توجد أعضاء مشتركة بين أي فنلة والفنلة المتممة لها أي الفنلة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقى للفنلة A و الفنلة $\neg A$ تكون فنلة فارغة، $A \times \neg A = \emptyset$ صفر لا شيء يكون عضوا في كل من الفنلة A و الفنلة $\neg A$.

فلو قلنا فنلة القلطط A و فنلة ما ليس قلطط $\neg A$ هنا لا توجد أعضاء مشتركة بين الفنلة A و الفنلة $\neg A$ وبذلك تكون الفنلة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقى بين الفنلة A و الفنلة $\neg A$ تكون في هوية مع الفنلة الفارغة، فهذا المبدأ لا يوجد أعضاء مشتركة بين الفنلة A و الفنلة المتممة لها $\neg A$.

ونجد لهذا المبدأ صيغة في حساب القضايا تمثل مبدأ التناقض وهي:

$\neg (\neg q \vee q)$ ^(٤) وتقرأ القول بأن القضية q صادقة وأنها كاذبة في الوقت نفسه قول كاذب، وبالنسبة لأي قضية q إما تكون صادقة أو تكون كاذبة ولا يمكن أن تكون صادقة وكاذبة في نفس الوقت أي $(\neg q \vee q) \equiv \top$.

٣- مبدأ الثالث المرفوع Principle of excluded middle

^(١) د/ محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ٧٧ .

^(٢) Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 123

^(٣) Basson, and O' conner, Op. Cit P. 154

^(٤) Ambrose, and Lazerowitz. Op. Cit. P. 303

$A + A = A$. فإذا كانت الفئة الشاملة تحتوي أعضاء الفئة أو أعضاء الفئة المتممة لها A ، فإن كل عضو يندرج تحت الفئة الشاملة إما أن يكون عضوا في الفئة A أو عضوا في الفئة A^c (١). فلو كان لدينا فئة الحيوانات وهي الفئة الشاملة وتحتوي فئة الإنسان A وفئة ما ليس إنسان A^c ، فالفئة A والفئة A^c يستنفذان الفئة الشاملة وبإضافة الفئة A إلى الفئة A نحصل على الفئة الشاملة، إذن الفئة الشاملة تحتوي على جميع الأشياء التي إما في الفئة A أو الفئة A^c (٢).

فكل عضو في فئة الحيوانات إما يكون عضوا في فئة الإنسان أو عضوا في فئة ما ليس إنسان، بمعنى أي عضو نختاره من الفئة الشاملة، إما يكون عضوا في الفئة A أو عضوا في الفئة A^c (٣).

ونجد لهذا المبدأ ما يماثله في حساب القضايا على النحو التالي:

$Q \sim Q$ (٤)، وتقرأ إما تكون القضية Q صادقة أو تكون كاذبة ولا تصدق القضية Q وتكتب في نفس الوقت، كما نجد لهذا المبدأ صيغة أخرى وهي $\sim Q \sim Q$ (ق.ق) وتفهم من الصيغة $A + A = A$ (٥). فإذا كانت $A = A$ فإن $Q \equiv Q$ وعلى ذلك الصيغة $\sim Q \sim Q$ (ق.ق) في حساب القضايا تقابل الصيغة $A + A = A$ في حساب الفئات.

Principle of commutation

٤- مبدأ تبادل الحدود

$A + B = B + A$ أو $A \cdot B = B \cdot A$ وهو مبدأ تبادل الحدود بالنسبة للجمع والضرب المنطقي (٦). ومبدأ تبادل الحدود بالنسبة للجمع المنطقي يقرر أن الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة A والفئة B تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي للفئة B والفئة A ، أما بالنسبة للضرب المنطقي فإن الفئة الناتجة عن حاصل

(١) Basson, and O' conner, Op. Cit. P. 157

(٢) Langer, Op. Cit. P. 143

(٣) Alexander, Op. Cit. P. 162

(٤) عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ٥٩.

(٥) Ambrose, and, Lazerowitz, Op. Cit. P. 303

(٦) Copi, "symbolic logic", P. 342

(٧) Basson, and O'conner, op. Cit. P. 156

الضرب المنطقي للفئة أ والفئة ب تكون في هوية مع الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة ب والفئة أ.

بالنسبة لأي فئة أ والفئة ب، فإن الفئة $A+B$ تكون نفس الفئة $B+A$ ، وبالنسبة لأي فئة A تكون نفس الفئة $B+A$.⁽¹⁾

ويمكن توضيح هذا المبدأ بالمثال التالي: فئة الأعضاء التي هم إما ألمان أو موسقيون هي نفس فئة الأعضاء الذين هم إما موسقيون أو ألمان ومن ناحية أخرى فئة الأعضاء الذين هم ألمان وموسقيون معا هي نفس فئة الأعضاء الذين هم موسقيون وألمان معا.⁽²⁾

ونلاحظ مع بول، أن ترتيب توالى إجراءات الفرز لا يغير من النتيجة سواء اخترنا من فئة الحيوان، الماشية ثم اخترنا من فئة الماشية ماله قرون، أو اخترنا من فئة الحيوان ماله قرون ثم اخترنا من هؤلاء أفراد الماشية فإن النتيجة واحدة ولا تتغير فهن في كلتا الحالتين ننتهي إلى فئة الماشية ذات القرون أي $A = B + A$.⁽³⁾

وهذا يعني أن الأعضاء المشتركة للفئة A هي نفس الأعضاء المشتركة للفئة B وهذا بالنسبة لعملية الضرب المنطقي، وأن مجموع الأعضاء التي تحتويها الفئة A والفئة B هي نفس الأعضاء التي تحتويها الفئة B والفئة A وهذا بالنسبة لعملية الجمع المنطقي.

ونجد لهذا المبدأ نفس الصيغة في حساب القضايا، $C \cdot K = K \cdot C$. والتي تقابل $A = B + A$ وتقرأ أن صدق القضية C والقضية K معاً تكافئ صدق القضية K وصدق القضية C معاً، كذلك لو قلنا $C \wedge K = K \wedge C$ تقابل $A + B = B + A$ وتقرأ القول بأن صدق القضية C أو صدق القضية K يتكافأ مع القول بأن صدق القضية K أو صدق القضية C .

٥- مبدأ الترابط Principle of association

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

⁽¹⁾Langer, Op. Cit. P. 198

⁽²⁾Cohen, and Nagel , op. Cit . p. 124

⁽³⁾جورج بول، التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٦.

$$(أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)^{(1)}$$

ويقر هذا المبدأ بأن الأعضاء المشتركة للفئة أ ولفته ج هي نفس الأعضاء المشتركة للفئة أ ولفته ب ج وكذلك مجموع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ + ب والأعضاء التي تدرج تحت الفئة ج هي نفس الأعضاء التي تدرج تحت الفئة أ مضافا إليها أعضاء الفئة ب + ج أو حاصل الضرب المنطقي للفئة أ ب ولفته ج يكون في هوية مع حاصل الضرب المنطقي للفئة أ ولفته ب ج وأن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ ب ولفته ج يكون في هوية مع الجمع المنطقي للفئة أ ولفته ب + ج، ففهنا الضرب وفهنا الجمع تكون في حالة تجميع بحيث نقول أن مجموعة الأعضاء المكونة أو المنفصلة للفئات⁽²⁾ تكون في هوية.

كما نجد لهذا المبدأ صدأ في حساب القضايا على النحو التالي:

$$ق (ك.م) \equiv (ق.ب)م \text{ وهي تقابل } أ (ب ج) = (أ ب) ج$$

ونقرأ القول بصدق القضية ق والقضية العطفية (ك.م) معاً يكافى القول بصدق القضية م والقضية العطفية (ق.م) معاً وكذلك، $ق \vee (ك \wedge م) \equiv (ق \vee ك) \wedge (ق \vee م)$ وهي تقابل $أ + (ب + ج) = ج + (أ + ب)$ ونقرأ القول بصدق القضية ق أو صدق القضية الفصلية (ك \wedge م) يكافى القول بصدق القضية م أو القضية الفصلية (ق \wedge ك)⁽³⁾.

٦- مبدأ الاستغراق Principle of distribution

$$أ + (ب ج) = (أ + ب) \times (أ + ج)$$

$$أ \times (ب + ج) = (أ \times ب) + (أ \times ج)^{(4)}$$

فبالنسبة لأي فئة أ، ب، ج الجمع المنطقي للفئة أ ولفته الناتجة عن عملية الضرب المنطقي للفئة ب ولفته ج يكون نفس ضرب الجمع الفئة $(أ + ب)$ ولفته $(أ + ج)$ ، ومن ناحية أخرى لأي فئة أ، ب، ج ضرب الفئة أ ولفته الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي $(ب + ج)$ يكون نفس جمع الضرب المنطقي للفئة أ ب ولفته أ ج⁽⁵⁾.

فهذا المبدأ يقر بأن أي عضو ينتمي إما إلى الفئة أ أو إلى كل من الفئة ب ولفته ج يجب أن ينتمي إما إلى الفئة أ أو إلى الفئة ب ويجب أيضاً أن ينتمي إلى الفئة أ أو الفئة ج،

⁽¹⁾Eaton, Op. Cit. P. 436

⁽²⁾Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 279

⁽³⁾ د/ عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ١٥٩.

⁽⁴⁾Grumberg, Op. Cit. P. 195

⁽⁵⁾Langer, Op. Cit. P. 198

و كذلك بالنسبة للضرب كل عضو ينتمي إلى كل من الفئة أ وإما إلى (ب، ج) يجب أن ينتمي إما إلى كل من أ، ب أو كل من أ، ج^(١).

نجد أن القانون الأول من هذا المبدأ غير قائم من الحساب حيث أن

$$3 + (4 \times 2) \neq (4+3) \times 2$$

والقانون الثاني في الضرب قانون جبري عادي حيث أن

$$3 \times (4+2) = (3 \times 4) + 2$$

ويقول كل من شبير وتشوه في ذلك أن، القانون الأول وهو استغراق الجمع للضرب قانون غير قائم في الرياضيات، أما القانون الثاني وهو استغراق الضرب للجمع يكون قانون جبري عادي قائم في الرياضيات^(٢).

ونجد لهذا المبدأ صيغة تقابلها في حساب القضايا على النحو التالي:

$$\text{ق. ل. ك. ع} \equiv \text{ل. ك. ق. ع}$$

$$\text{ق. ك. ع} \equiv \text{ق. ل. ع}$$

بالنسبة للصيغة الأولى تقرأ القول بأن ق صادقة أو لـ كـ ق صادقتان معاً يكافئ القول بأن إما ق صادقة أو لـ كـ صادقة وـ ق صادقة أو ع صادقة، أما بالنسبة للصيغة الثانية تقرأ أن القول بأن قـ لـ كـ صادقتان معاً أو عـ صادقة يكافئ القول بأن قـ وـ كـ صادقتان أو قـ عـ صادقتان معاً.

Principle of tautology

مبدأ التحصيل الحاصل

$$A \times A = A$$

وهذا المبدأ يقر بأن حاصل الضرب المنطقي بالنسبة لأي فئة في نفسها ينتج نفس الفئة وأن حاصل الجمع المنطقي لأي فئة مع نفسها ينتج نفس الفئة.

وبالنسبة للضرب المنطقي لهذا المبدأ، ألك إذا فرزت من عالم الأشياء أعضاء الفئة أ ثم كررت العملية مرة أخرى وفرزت أعضاء الفئة أ كانت الأعضاء في كلتا الحالتين هي

^(١)Copi, "symbolic logic", P. 334

^(٢)Ambrose, and, Lazerowitz, Op. Cit. P. 302

^(٣)Schipper, and Schuh, Op. Cit. P. 280

^(٤)Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 302

^(٥)Ibid. P. 308

نفسها^(١). وقد عبر بول عن مبدأ التحصيل الحاصل بالنسبة للضرب أن = أ فإن هذا المبدأ له أكبر الأهمية في مساعدتنا في رد نتائجنا وتحويلها إلى صور تنقق والتفسير المطلوب^(٢). أما بالنسبة لمبدأ التحصيل الحاصل في حالة الجمع إذا أضفنا الفئة أ إلى نفسها عدة مرات تكون في هوية مع الفئة نفسها أي $A + A = A$.

وكل من المبداءين يوجد اختلاف بينهما وبين الجبر العادي^(٣)، فإننا في الجبر المأثور نجد $A \times A = A$ وفي حالة الجمع $Neg A + A = A$ وهذا يختلف عن جبر المنطق. كما نجد لهذا المبدأ صيغة تقابلها في حساب القضايا على النحو التالي:

$$A \times A = A \text{ ونقابل الصيغة } C \equiv C$$

$$A + A = A \text{ ونقابل الصيغة } C \vee C = C^{\prime(4)}$$

والصيغة الأولى تقرأ بأن القول ق، ق صادقتان معاً يكافي القول بأن ق صادقة، وبالنسبة للصيغة الثانية القول بأن ق صادقة أو ق صادقة يكافي بأن ق صادقة.

٨- مبدأ الاستفاد

$$A + (A \cdot B) = A, A \cdot (A + B) = A$$

وهذا المبدأ يقر بأن حاصل الجمع المنطقي للفئة أ والفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي أ ب يساوي الفئة أ وحاصل الضرب المنطقي للفئة أ والفئة الناتجة عن الجمع المنطقي $(A + B)$ تساوي الفئة أ^(٥).

وللتوسيح المبدأ الأول نفترض أن الرمز (أ) يشير إلى فئة الطلبة والرمز (ب) يشير إلى فئة المجتهدين وهي لا تمثل إلا جزء من الفئة أ أي فئة الطلبة، لذا فالقول بأن الفئة التي تتكون إما من فئة الطلبة أو الطلبة المجتهدين لا تزيد عن قولنا بفئة الطلبة^(٦).

إما بالنسبة للمبدأ الثاني نجد أن الأعضاء المشتركة بين فئة الطلبة أو فئة المجتهدين تكون في هوية مع فئة الطلبة.

أن الفئة أ ب تكون مستغرفة في الفئة أ لذلك إضافة الفئة أ إلى الفئة أ ب تساوي الفئة أ وأن الأعضاء المشتركة بين الفئة أ + ب تكون في هوية مع الفئة أ نفسها^(٧).

^(١) د/ ذكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، الجزء الأول، ص ١٩٥.

^(٢) جورج بول، التحليل الرياضي للمنطق، ص ١٥٨.

^(٣) Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 124

^(٤) د/ محمود زيدان، المرجع السابق، ص ٢٥٦.

^(٥) Eaton, Op. Cit. P. 440

^(٦) د/ عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ٦٢.

^(٧) Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 309

$$A \cap A = A$$

بالنسبة للقانون الأول الضرب المنطقي للفئة A والفئة B أي B تكون متضمنة في الفئة A ^(١)، بمعنى إذا كان كل عضو من أعضاء الفئة A هو عضو من أعضاء الفئة B وإن الفئة A تحتوي كل الأعضاء المشتركة بين الفئة A والفئة B ، فإن الفئة A تكون متضمنة في الفئة A وهذا القانون يقر بأن الفئة الناتجة عن حاصل الضرب المنطقي للفئة A والفئة B تكون دالماً متضمنة في الفئة A وفئة فرعية منها.

أما القانون الثاني يقر بأن الفئة A تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن حاصل الجمع المنطقي $(A + B)$ ^(٢)، فإذا كانت الفئة $A + B$ تحتوي أعضاء الفئة A والفئة B وأن كل عضو في الفئة A يكون أيضاً عضواً في الفئة $A + B$ فإن الفئة A تكون متضمنة في الفئة $A + B$ وفئة فرعية sub class منها.

وعلى أساس هذا المبدأ تكون الفئة الفارغة متضمنة في كل فئة وأن كل فئة متضمنة في الفئة الشاملة^(٣)، أي صفر \emptyset أو $A \cup A$.

ونجد لمبدأ التبسيط صيغة تقابلها في حساب القضايا على النحو الآتي:

ـ $C \subseteq (C \vee C)$ ونقرأ إذا كانت C صادقة يلزم أن تكون $C \vee C$ أو C صادقة أي أن صدق القضية C يلزم عنه صدق إحدى القضيتين C أو C على الأقل.

والصيغة $C \subseteq C \vee C$.

ونقرأ إذا كانت القضية العطفية $(C \vee C)$ صادقة لزم عن ذلك أن القضايا المعطوفة نفسها صادقة، وبالتالي تكون C صادقة كما تكون $C \vee C$ صادقة أيضاً^(٤).

١٠ مبدأ التركيب Principle of composition

$$1 - (A \cap B) \cdot (C \cap D) \subseteq (A \cap C) \cap (B \cap D)$$

$$2 - (A \cap B) \cdot (C \cap D) \subseteq (A + C) \cap (B + D)$$

بالنسبة للقانون الأول إذا كانت الفئة A متضمنة في الفئة B والفئة C متضمنة في الفئة D إذن الضرب المنطقي للفئة A والفئة C تكون متضمنة في الفئة الناتجة عن الضرب

^(١)Quine, "Mathematical logic", P. 186

^(٢)Ambrose, and Lazerowitz, Op. Cit. P. 318

^(٣)Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 124

^(٤)عزمي إسلام، أسس المنطق الرمزي، ص ١٥٨.

المنطقى للفتتىن ب، د^(١)، وهذا المبدأ يقر بأنه إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب وأن الفئة ج متضمنة في الفئة د يلزم عن ذلك أن الفئة المشتركة أب تكون متضمنة في الفئة المشتركة ب د.

بالنسبة للقانون الثاني، إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب والفئة ج متضمنة في الفئة د لزم عن ذلك كله أن الفئة أ + ج تكون متضمنة في الفئة ب + د^(٢).

Principle of syllogism

١١ مبدأ القياس

$$A \subset B, B \subset C, A \subset C$$

وهذا المبدأ يقر إذا كانت الفئة أ متضمنة في الفئة ب والفئة ب متضمنة في الفئة ج يلزم عن ذلك الفئة أ تكون متضمنة في الفئة ج^(٣). فإذا كان كل عضو في الفئة أ هو عضو في الفئة ب وأن كل عضو في الفئة ب هو عضو في الفئة ج لزم عن ذلك أن كل عضو في الفئة أ يكون عضواً في الفئة ج وهذه العلاقة بين الفئات تسمى علاقة التعدي^(٤).

ومثال ذلك إذا كانت كل القطط ثدييات وكل الثدييات فقريات يلزم عن ذلك أن كل القطط تكون فقريات^(٥). وبذلك تكون فئة القطط متضمنة في فئة الثدييات وفئة الثدييات متضمنة في فئة الفقريات وعلى ذلك فإن فئة القطط تكون متضمنة في فئة الفقريات.

ولهذا المبدأ صيغة تقابلها في حساب القضايا على النحو التالي:

$$(Q \subset K, K \subset M) \subset (Q \subset M)$$

ونقرأ إذا كان صدق القضية ق يلزم عنه صدق القضية ك وصدق القضية ك يلزم عنه صدق القضية م يلزم عن ذلك كله أن صدق القضية ق يلزم عنه صدق القضية م.

^(١)Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 124

^(٢) عزمي إسلام، أساس المنطق الرمزي، ص ٦٧.

^(٣)Quine, "Mathematical logic", P. 185

^(٤)Cohen, and Nagel, Op. Cit. P. 124

^(٥)Alexander, Op. Cit. P. 164

^(٦)Ibid. P.164

^(٧) د/ محمود زيدان، المرجع السابق، ص ٢٥٧

الفصل الخامس

الغالطات والمفارقات ومنطق الفتايات

مما لا شك فيه أن التفكير المنطقي قائم على مبادئ منطقية ، ومخالفة أي مبدأ من هذه المبادئ تحت ستار الصدق ينشأ عنه مغالطة منطقية في حين إثبات صدق مبدأ معين من هذه المبادئ وإثبات صدق نقيض هذا المبدأ في الوقت نفسه وعلى أساس منطقي سليم تنشأ عنه مفارقة منطقية ، لذا نناوش في هذا الفصل أهم الأغالط المنطقية القائمة على منطق الفنات وكيفية تجنبها وأيضاً أهم المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفنات وكيفية حل هذه المفارقات .

تحديد معنى المغالطة والفرق بينها وبين المفارقة

على الرغم من وضع مبادئ للمنطق والتي تعد الأساس الذي يقوم عليه التفكير المنطقي عن طريق العقل ينشأ عنه أخطاء ، فلابد من اكتشافها عن طريق العقل نفسه لبناء نسق منطقي متكامل من حيث قواعد البناء ومعالجة القصور الناجم عن طريق العقل في وضع تلك القواعد ، حيث يقول مالبرانش " لا يكفي أن يقال العقل قاصر بل لابد من إشعاره بما عليه من قصور ولا يكفي أن يقال أنه عرضة للخطأ بل يجب أن نكشف له عن هذا الخطأ " ^(١) والمغالطة المنطقية لا تكون واضحة كل الوضوح لأي إنسان ، وإنما يقوم باكتشافها المنطقي فقط الذي يكون له دراية بعلم المنطق وقوانينه وعلاقاته واستدلالاته . ويستخدم اصطلاح المغالطة ليشير إلى أي نوع من أنواع الاعتقاد الخاطئ مهما كانت سبله وفي هذا المعنى قد يقال إن النساء لا يفكرن بطريقة منطقية " قول ينطوي على مغالطة " ^(٢) ، ولذا تكون المغالطة في أوضح صورها هي " مخالفة مبدأ منطقي معين تحت ستار الصدق أو ادعاء الصحة . ^(٣)

و إذا كانت الفئة A هي الفئة التي تحتوي على جميع الأعضاء التي تدرج تحت الفئة الشاملة ما عدا الأعضاء التي تدرج تحت الفئة A وأنه لا يوجد عضو مشترك بين الفئة A والفئة A وهذا هو مبدأ منطقي ، فالقول بأن س عضو في الفئة A وفي نفس الوقت عضو في الفئة A يمثل مخالفة لهذا المبدأ وهذه المخالفة تعد بمثابة مغالطة منطقية فعندما نقول أن $S \in A$ ، أي أن س عضو في الفئة A وأيضاً عضو

١ - د/ عبد الرحمن بدوي ، المنطق الصوري والرياضي ، مكتبة النهضة المصرية ، القاهرة ، ١٩٦٢ ، ص ٢٤١ .

٢ - د/ محمد مهران ، " مبادئ التفكير المنطقي " ، ص ٢٢٦ .

٣ - د/ إمام عبد الفتاح إمام ، " محاضرات في المنطق " ، دار القافة للنشر والتوزيع ، القاهرة ، ١٩٨٥ ، ص ١١٦ .

في الفنة المتممة لها أـ في نفس الوقت ، هذا القول ينطوي على مغالطة منطقية وال الصحيح إما أن س عضو في الفنة أـ وإما أنه عضو في الفنة المتممة أـ وباختصار يمكن تعريف المغالطة بوجه عام بأنها قضية تبدو صادقة ولكنها ليست كذلك .

وإذا كانت المغالطة المنطقية هي مخالفة مبدأ منطقى معين تحت ستار الصدق أو ادعاء الصحة ، فهذا المعنى مختلف عن معنى المفارقة المنطقية .

فالمفارة المنطقية تكون واضحة عندما يكون لدينا قضيتان متناقضتان ق ، ~ ق وصادقتان في نفس الوقت أو وجود قضيتين متناقضتين ونستطيع البرهنة على صدقهما في وقت واحد ، فالمفارة تكون بسيطة ونستطيع الكشف عن الخاصية الدقيقة للتضمن الخاطئ عندما نمتلك صحة قضيتين متناقضتين بوضوح .^(١)

وعلى ذلك نستطيع القول بأن المفارقة تنشأ في حالة البرهنة على صحة مبدأ منطقى معين والبرهنة على نقىض هذا المبدأ في الوقت نفسه .

فإذا قال شخص ما " إنى أكذب " ،^(٢) فهل هذا الشخص يكذب أو لا يكذب لو كان يكذب لكان صادقاً في قوله ولو كان لا يكذب كان كاذباً في قوله وهنا نجد إثبات صدق القضية وإثبات صدق نقىضها في الوقت نفسه مما ينشأ عنه مفارقة منطقية .

فالقضية التي نستطيع إثبات صدقها وكذبها في الوقت نفسه لا تكون متضمنة في المفارقة وإنما المفارقة تكون متضمنة فيها ، فالقول " إنى أكذب " هذه القضية تكون كاذبة تحتوي قضية أصلية حقيقة يجب أن تحتوي واحدة تقر موضوعها في التعبير ، هذه القضية كاذبة ، وإن هذه القضية لا تكون متضمنة في تناقضها المقرر ولكن هذا التناقض يكون متضمناً فيها^(٣) والواقع أن هذا الشخص الذي يقول أننى أكذب إنما يقول " هناك قضية أقررها وهي كاذبة " .^(٤)

ذلك لو قلنا " سقراط جميل " فهل هو حاصل على الجمال كله أو بعضه ، فإن كان كله فكيف يكون غيره جميلاً وإن كان بعضه فكيف يوصف بالجمال كله هذه تكون

١ - Lewis , and Langford , " Symbolic logic " , P. 439

٢ - رسل ، " أصول الرياضيات " ، الجزء الأول ، ص ١٨

٣ - Lewis , and Langford , op. cit. P. 439

٤ - د/ محمد مهران ، " فلسفة رسل " ، دار المعارف ، القاهرة ، ١٩٨٦ ، ص ٢٧٥

مفارة^(١) فالمفارقة هنا تكون متضمنة في قضية "سقراط جميل" ، وليس قضية سقراط جميل متضمنة في المفارقة .

وهكذا تنشأ المفارقة عندما نستطيع إثبات صدق القضية وإثبات نقيضها في الوقت نفسه على أساس منطقي سليم أو عندما يكون لدينا قضيتان متناقضتان وكل منهما صادقة ، فالمفارة المنطقية تنشأ كلما تبدو لنا وجود قضيتين متناقضتين وكل منهما صحيحة في الأساس المنطقي أو الأسباب المنطقية .^(٢)

وعلى ذلك تكون المغالطة هي مخالفة مبدأ منطقي معين تحت ستار الصدق أو إدعاء الصحة في حين أن المفارقة هي إثبات صدق القضية ونقيضها في نفس الوقت وعلى أساس منطقي سليم .

أهم المغالطات المنطقية المتعلقة بنظرية الفئات

مما لا شك فيه أن بناء النسق المنطقي لنظرية الفئات اعتمد على مجموعة من المبادئ المنطقية ونجمت عن هذه المبادئ مجموعة من المغالطات المنطقية فنحاول التعرف على هذه المغالطات وكيفية تجنبها .

١ - مغالطة الاشتراك Fallacy Of Equivocation

تنشأ مغالطة الاشتراك عندما يكون لكلمة واحدة أكثر من معنى وكل معنى يمثل فئة من الأعضاء ونستخدم هذه الكلمة بدون تحديد للمعنى المراد من هذه الكلمة حيث توجد كلمات قليلة لا تحتوي على أكثر من معنى واحد والمغالطة تأخذ طريقة واحدة عندما نستخدم نفس الكلمة لشيئين مختلفين .^(٣)

ويرى جيفونز ، على الرغم من وجود كلمات كثيرة وكل منها تحمل معنى واحد إلا أن توجد بعض الكلمات تحمل أكثر من معنى ، لذا يجب أن نتعامل مع كل كلمة لها معنيان على أنها كلمتان وليست كلمة واحدة ، حيث يقول ، في الواقع كل كلمة لها معنيان يجب اعتبارها كلمتين لا كلمة واحدة .^(٤)

١ - د/ ثابت الفندي ، "أصول المنطق الرياضي" ، ص ١٢٧ .

2 - Lewis , and Langford , op. cit. P. 439

3 - Cohen , and Nagel , "An introduction to logic and scientific method" , P. 377

٤ - جيفونز ، أصول المنطق ، ص ١٢٤ .

واللُّفْظُ المُشَتَّرُكُ كَمَا يَقُولُ الْغَزَالِيُّ هُوَ الْلُّفْظُ الَّذِي يَحْتَوِي عَلَى أَكْثَرَ مِنْ مَعْنَى وَكُلَّ مَعْنَى مِنْ هَذِهِ الْمَعْانِي يَعْبُرُ عَنْ فَنَّةٍ تَحْمِلُ خَصائِصَ مُعِينَةً لَا يَحْمِلُهَا الْمَعْنَى الْآخَرُ وَكُلَّ هَذِهِ الْمَعْانِي الَّتِي تَعْبُرُ عَنْ فَنَّاتٍ تَكُونُ فِي حَالَةٍ اسْتِبَاغَادُ مُتَبَادِلٌ ، بِحِيثُ لَا تَوْجُدُ أَعْضَاءٌ مُشَتَّرَكَةٌ بَيْنَ الْفَنَّاتِ النَّاتِجَةَ عَنْ تِلْكَ الْمَعْانِي ، حِيثُ إِنَّ الْأَسْمَاءِ المُشَتَّرَكَ هُوَ الْمُخْتَلِفُ فِي الْمَعْنَى وَالْمُتَحْدِ فِي الْلُّفْظِ .^(١)

وَإِذَا كَانَ الْلُّفْظُ المُشَتَّرُكُ هُوَ الَّذِي يَعْبُرُ عَنْ أَكْثَرَ مِنْ مَعْنَى وَكُلَّ مَعْنَى يَمْثُلُ فَنَّةً فَمَا سَبَبَ وَجُودَ تِرَاكُمُ الْمَعْانِي عَلَى لُفْظٍ وَاحِدٍ مُعِينٍ بِذَاتِهِ ، يَقُولُ الْفَارَابِيُّ ، الْحَدُّ المُشَتَّرُكُ هُوَ أَنْ يَكُونَ إِسْمًاً مَا دَالًاً عَلَى ذَاتٍ شَيْءٍ أَوْ رَاتِبًاً عَلَيْهِ دَائِمًاً مِنْ أَوْلَى مَا وَضَعَ فَيُلْقِبُ بِهِ فِي الْحِينِ بَعْدِ الْحِينِ شَيْءٌ آخَرُ لِمُواصِلَتِهِ لِلْأَوَّلِ بِنَحْوِ مَا مِنْ أَنْحَاءِ الْمُوَاصِلَةِ أَيْ نَحْوَ كَانَ مِنْ غَيْرِ أَنْ يَجْعَلَ رَاتِبًاً لِلثَّانِي وَدَالًاً عَلَى ذَاتِهِ ،^(٢) وَهُنَا نَجْدُ الْفَارَابِيَّ يَرَى بِأَنَّ سَبَبَ وَجُودَ حَدٍ لَّهُ أَكْثَرَ مِنْ مَعْنَى أَنْ يَكُونَ لَهُذَا الْحَدُّ مَعْنَى يُلْقَبُ بِهِ وَبَعْدِ مَرْوُرِ الْوَقْتِ يَنْشَأُ لَهُذَا الْحَدُّ مَعْنَى آخَرُ وَيُشَيرُ إِلَى أَشْيَاءِ آخَرَى لَا تَنْتَدِرُجُ تَحْتَ الْمَعْنَى الْأَوَّلِ .

لَوْ أَخْذَنَا مَثَلًاً لِفَنَّةَ نَجْمٍ نَجْدُ هَذَا الْلُّفْظَ أَوَّلَ مَعْنَى لَهُ يُشَيرُ إِلَى النَّجْمِ السَّمَاءِيِّ الَّذِي يُسْطِعُ فِي السَّمَاءِ وَقْتَ اللَّيلِ ، وَمَعَ مَرْوُرِ الْأَيَّامِ وَجَدَ أَنَّ لُفْظَ نَجْمٍ كَانَ لَهُ مَعْنَى آخَرَ بِجَانِبِ الْمَعْنَى الْأَوَّلِ وَهُوَ كُلُّ فَنَّانٍ يُطْلِقُ عَلَيْهِ نَجْمٌ وَهُنَا نَجْدُ الْلُّفْظَ وَاحِدًا يُدْلِي عَلَى أَكْثَرَ مِنْ مَعْنَى وَكُلِّ مَعْنَى يَعْبُرُ عَنْ فَنَّةٍ مِنَ الْأَعْضَاءِ ، وَبِذَلِكَ تَنْشَأُ مَغَالِطَةُ الْاِشْتَرَاكِ عِنْدَمَا نَسْتَخْدِمُ الْلُّفْظَ الَّذِي يَحْمِلُ أَكْثَرَ مِنْ مَعْنَى دُونَ تَحْدِيدِ الْمَعْنَى الْمُقْصُودِ .

وَأَيْضًا اسْمُ الْعَيْنِ يُقَالُ عَلَى الْعَضْوِ الَّذِي بِهِ يَبْصُرُ وَعَلَى يَنْبُوعِ الْمَاءِ ،^(٣) فَلُفْظُ الْعَيْنِ هُنَا يَحْمِلُ أَكْثَرَ مِنْ مَعْنَى وَكُلِّ مَعْنَى يَعْبُرُ عَنْ فَنَّةٍ تَحْتَوِي عَلَى خَصائِصَ مُعِينَةً ، فَالْمَعْنَى الْأَوَّلُ لِكَلْمَةِ عَيْنٍ هِيَ فَنَّةٌ كُلُّ عَيْنٍ تَبْصُرُ وَالْمَعْنَى الثَّانِي لِكَلْمَةِ عَيْنٍ هِيَ فَنَّةٌ كُلُّ عَيْنٍ تَخْرُجُ الْمَاءَ مِنْ بَاطِنِ الْأَرْضِ .

وَيَرَى الْفَارَابِيُّ أَيْضًاً ، لَا تَقْتَصِرُ مَغَالِطَةُ الْاِشْتَرَاكِ عَلَى وَجُودِ حَدٍ لَّهُ أَكْثَرُ مِنْ مَعْنَى وَكُلِّ مَعْنَى يَحْتَوِي عَلَى خَصائِصَ مُعِينَةً وَاعْضَاءٌ بَعِيدَةٌ كُلُّ الْبَعْدِ عَنِ الْمَعْنَى الْآخَرِ ، وَلَكِنَّ مِنَ الْمُمْكِنِ أَنْ نَجْدَ حَدًا يَحْتَوِي عَلَى حَدُودٍ آخَرَى مُتَضَمِّنَةٍ فِيهِ ، بِمَعْنَى أَنْ يَكُونَ هَذَا الْحَدُّ مَعْبُراً عَنْ فَنَّةٍ شَامِلَةٍ Universal Class U وَتَحْتَوِي عَلَى فَنَّاتٍ فَرِعِيَّةٍ مِنْهُ وَهَذِهِ

١ - الإمام الغزالى ، " معيار العلم " ، ص ٨٢ .

٢ - الفارابي ، كتاب في المنطق " العبارة " ، ص ١٩ .

٣ - نفس المرجع ، ص ٢٠ .

الفنات الفرعية تشتراك في خصائص أساسية وتختلف في بعض الخواص وكل فن يكون لها أعضانها وخصائصها ، فيقال على الاسم المشترك منه على شينين لأجل مشابهة أحدهما الآخر ، في المعنى الذي دل عليه ذلك الإسم من أحدهما بل في عرض ما مثل الإنسان وثمة الفرس يقال عليها جميعاً حيوان ، واسم حيوان يدل من أحدهما على جسم منفذ حساس ومن الثاني على شكل متغذ حساس ،^(١) وهذا يعني أن فنـةـ الحـيـوـانـاتـ تـعـبـرـ عنـ لـفـظـ مشـتـرـكـ لأـكـثـرـ مـنـ فـنـةـ ، فـإـلـإـسـانـ حـيـوـانـ وـالـقـطـ حـيـوـانـ وـهـنـاـ نـجـدـ أـنـ فـنـةـ إـلـإـسـانـ تـشـتـرـكـ مـعـ فـنـةـ القـطـطـ فـيـ خـصـائـصـ أـسـاسـيـةـ وـهـيـ الـحـيـوـانـيـةـ مـعـ الـاـخـتـلـافـ فـيـ خـصـائـصـ مـعـيـنـةـ خـاصـةـ بـكـلـ فـنـةـ .

وعلى ذلك من الممكن أن يكون أي حد من حدود القياس موضوعاً لهذه المغالطة ولكن عادة يكون الحد الأوسط وذلك عندما يستخدم بمعنى في إحدى المقدمات بينما يستخدم بمعنى آخر في المقدمة الأخرى ،^(٢) فالقياس بطبيعته يتكون من ثلاثة فنون والفنون المشتركة بين المقدمتين تسمى الحد الأوسط فإذا كان الحد الأوسط يحمل أكثر من معنى فهذا الحد ينطوي على مغالطة تسمى مغالطة الاشتراك .

وإذا كانت مغالطة الاشتراك تظهر بوضوح عندما نستخدم لفظاً واحداً بأكثر من معنى ، فإن جذور هذه المغالطة ترجع إلى المنطق الأرسطي ، والذي عرض لنا أكثر من مثال للحدود التي تتطوّر على مغالطة الاشتراك ، يقول ، "قولنا الزاوية الحادة للتي هي أصغر من قائمة وقولنا سكين حادة ،"^(٣) فلفظ حادة هنا يحتوي على أكثر من معنى وكل معنى يعبر عن فنٍ ، بالنسبة للمعنى الأول نقول حادة وتنعلق بالزوايا التي نقل عن ٩٠ درجة والمعنى الثاني ، نقول حادة بالنسبة لسكين ، وأيضاً بالنسبة لفظ حمار يقول أرسطو ، قولنا للآلة حمار وللحيوان حمار ،^(٤) ونلاحظ من خلال المثال السابق بأن لفظ حمار يكون مشتركاً ويشير إلى أكثر من معنى وكل معنى يعبر عن فنٍ تحتوي على خصائص معينة لا تحتويها أي فنٍ آخر .

وإذا كانت مغالطة الاشتراك تنشأ في حالة وجود لفظه لأكثر من معنى وعندما نستخدم هذا اللفظ لا نحدد المعنى المقصود من المعاني التي يحملها هذا اللفظ ، فكيف

١ - الفارابي ، كتاب في المنطق "العبارة" ص ٢١

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، الأغالطي المنطقية ، رسالة ماجستير ، غير منشورة ، جامعة القاهرة ، ١٩٨٥ ، ص ٢٣٩

٣ - أرسطو ، التحليلات الثانية ، كتاب البرهان، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد

الرحمن بدوي ، ج ٢ : ص ٤٩٥ .

٤ - نفس المصدر والصفحة .

تجنب الوقوع في هذه المغالطة ؟ في الواقع أجاب عن هذا السؤال الدكتور / إسماعيل عبد العزيز حيث يقول ، إذا كانت معظم الكلمات تنطوي على أكثر من معنى فبالتالي حين نستخدم هذه الكلمات المشتركة إنما يكون في ذهننا أننا نعني معنى واحداً من معانيها العديدة التي تنطوي عليها ، لذا نحافظ على هذا المعنى طوال عملية الاستدلال وبالتالي لا ينشأ عن ذلك مغالطات Fallacies لأن من الحقائق المعروفة جيداً أن اللفظ المفرد قد يكون له معاني كثيرة متعددة وليس ثمة ضرر في هذه الحقيقة لأن السياق عادة ما يحدد أيها من هذه المعاني هو المقصود .^(١)

٢ - أ غالطي التركيب والنقسيم

إذا كانت الفئة هي مجموعة من الأعضاء التي تشارك في خصائص معينة وكل عضو من هذه الأعضاء يحمل هذه الخصائص ، فعندما نستدل من الخصائص التي يحتويها العضو على الخصائص التي تحتويها الفئة التي يندرج تحتها العضو تنشأ مغالطة التركيب ، وعندما نستدل من الخصائص التي تحتويها الفئة على الخصائص التي يحتويها العضو الذي يندرج تحت هذه الفئة تنشأ مغالطة التقسيم .

تظهر مغالطة التركيب Fallacy Of Composition بوضوح عندما نستتبط من خصائص الأعضاء خصائص الفئة التي تحتوي هذه الأعضاء ،^(٢) أي الاستدلال على خصائص الفئة من خلال الخصائص التي تحتويها الأعضاء التي تندرج تحت هذه الفئة وعلى ذلك تنشأ مغالطة التركيب عندما نشير إلى أجزاء الفئة إلى الكل .^(٣)

فالاعتقاد بأن ما ينطبق على الجزء الذي يندرج تحت الكل هو ما ينطبق على الكل نفسه الذي يحتوي الجزء ، أو حكمنا على خصائص الفئة يكون مبنياً على أساس خصائص الأعضاء التي تحتويها الفئة ، أي الانتقال من السمات الخاصة بأجزاء الكل إلى سمات الكل نفسه ،^(٤) ينشأ عنه مغالطة التركيب .

يقول جيفونز لا يمكن أن تعتبر أخلاق أحد صعاليك الإسكندرية مثلاً عينة لأخلاق أهل المدينة باسرها ، أو أن أخلاق بعض التجار الإنجليز هي أخلاق الأمة باسرها ،^(٥)

١ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " الأغالطي المنطقية " ، ص ٢٣٦ .

٢ - Cohen , and Nagel , op. cit. P. 377

٣ - Schipper , and Schuh , " A first course in modern logic " . P. 50

٤ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " الأغالطي المنطقية " ، ص ٢٤٧ .

٥ - جيفونز ، المرجع السابق ، ص ١٣٢ .

هذا العضو ، ولذلك لا نستطيع الاستدلال من الخصائص التي يحتويها كل عضو من أعضاء الفئة على الخصائص التي تحتويها الفئة نفسها .

وبالنسبة لمحالطة التقسيم تكون عكس مغالطة التركيب وهي تنشأ عندما نستدل من خصائص الكل على خصائص الجزء الذي يندرج تحت الكل ،^(١) فالاستدلال على خصائص العضو الذي يندرج تحت فئة من خلال الخصائص التي تحتويها هذه الفئة تنشأ مغالطة التقسيم . Fallacy Of Division

فإذا كانت الفئة هي مجموعة من الأعضاء التي تحتوي على خصائص مشتركة فالاعتقاد بأن ما يصدق على الفئة يصدق على كل عضو من أعضاء هذه الفئة على حدة يكون اعتقادا خطأ ، لذا تنشأ مغالطة التقسيم عندما نقرر أن ما يكون صادقا بالنسبة للكل يكون بالضرورة صادقا بالنسبة لأجزاء هذا الكل .^(٢)

وعلى ذلك تنشأ مغالطة التقسيم بسبب الاستدلال من خصائص مجموعة الأعضاء على خصائص الأعضاء نفسها اعتقادا بأن ما يصدق على الفئة يصدق على أفرادها ، بمعنى أننا إذا ثبنا أو نفيينا صفة لفئة من الأعضاء فإنه يجب علينا أن نثبتها لكل عضو أو ننفيها عنه .^(٣)

ويقول أرسطو في ذلك ، فإن القول إذا قصد به شئ فليس يظن به دانما إذا فصل وركب إنه يدل على معنى واحد بعينه ،^(٤) وهذا يعني إذا كان لدينا تصور معين وهذا التصور يعبر عن فئة تحمل خصائص معينة وقسمنا هذه الفئة إلى أعضائها فهذا لا يلزم عنه بأن كل عضو من أعضاء هذه الفئة يعطي نفس المعنى التي تعطيه الفئة التي تحتويه ، فالمغالطة هنا هي الاعتقاد بأن ما ينطبق على الفئة التي تحتوي الأعضاء ينطبق بنفس معناها على الأعضاء التي تحتويها هذه الفئة .

فالقول بأن الناس كثيرون وأن سقراط إنسان إذن سقراط كثير ، فالمغالطة هنا افتراض أن القول الذي ينطبق على الفئة ينطبق على الأعضاء التي تندرج تحت هذه الفئة ،^(٥) وهذا يعني إذا كانت فئة الناس تحمل خاصية كثرين فليس معنى ذلك أن كل عضو من أعضاء فئة الناس يحمل هذه الخاصية لذا تنشأ مغالطة التقسيم عندما نستدل بنحو فاسد على خصائص العضو الذي يندرج تحت الفئة من خصائص الفئة التي تحتوي هذا العضو ، اعتقادا بأن ما يصدق على الكل من خصائص

١ - Schipper , and Schuh , op. cit. P. 51

* انظر أيضا في ذلك

* Cohen , and Negel , op. cit. P. 377

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، "الأغاليط المنطقية" ، ص ٢٤٨ .
٣ - نفس المرجع ، ص ٢٤٨ .

٤ - أرسطو ، السوفسقليقا ، ضمن كتاب منطق أرسطو ، الترجمة العربية القديمة ، تحقيق د/ عبد الرحمن بدوي ، ج ٣ ، ص ٧٦٥ .

٥ - Stebbing , "A modern introduction to logic , " P. 161

يصدق بالضرورة على كل جزء من أجزاء هذا الكل ، وعلى ذلك لا نستطيع القول بأن فريق كرة القدم جيد فيكون كل لاعب فيه جيد ،^(١) فالغالطة هنا افتراض أن ما ينطبق على فريق كرة القدم لكل ينطبق على كل عضو من أعضاء هذا الفريق .

وكذلك لو قلنا طلبة الجامعة يدرسون كل العلوم ، فهل معنى ذلك أن كل طالب في الجامعة يدرس كل العلوم فالغالطة هنا تشير إلى الاعتقاد الخاطئ بأن ما ينطبق على الكل ينطبق على الجزء الذي يندرج تحت الكل .

ولكي نتجنب الوقوع في هذه المغالطة لابد أن نميز بدقة بين الخصائص التي تحتويها الفناء والخصائص التي يحتويها كل عضو من أعضاء الفناء ، وكل ما ينطوي على الفناء ليس بالضرورة ينطوي على أعضاء هذه الفناء .

٣ - أغاليط النمط Type Fallacies

وتنشأ هذه المغالطة في حالة الخلط بين التضمن والانتماء فالقول بأن الإنسان حيوان تكون فناء الإنسان متضمنة في فناء الحيوانات وفناء الناس فناء فرعية من فناء الحيوانات وكل إنسان يكون عضوا في فناء الحيوانات ، فالتضمن علاقة بين فناء وفناء أخرى فرعية منها ولكن الانتماء يكون بين عضو وفناء يندرج تحتها .^(٢)

وكذلك عندما نقول الكلاب حيوانات هنا تكون علاقة تضمن بين فناء الحيوانات وفناء الكلاب وأن فناء الكلاب فناء فرعية من فناء الحيوانات وأن كل كلب يكون عضوا في فناء الكلاب والحيوانات وهي علاقة انتماء .^(٣)

ونظرا لوجود فارق أساسي بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء وأن الفناء لا يمكن أن تكون عضوا والعضو لا يمكن أن يكون فناء في نفس الوقت ، لذا لابد أن نميز بين علاقة التضمن وعلاقة الانتماء لأن الخلط بينهما يؤدي إلى مغالطة تسمى أغاليط النمط .^(٤)

1 - Schipper , and Schuh , op. cit. P. 51

2 - Reichenbach , " Elements of symbolic logic " . P. 198

3 - Ambrose , and Lazerowitz , " Fundamentals of symbolic logic " . P. 225

4 - Ibid. P. 225

ويقول كواين ، الحالة التي تكون فيها الصيغة $A \rightarrow B$ صادقة قد تصدق فيها الصيغة $A \in B$ وقد لا تصدق ، فمثلاً فئة القطط تكون متضمنة في فئة الحيوانات أي $A \rightarrow B$ وكل قط يكون حيواناً ولكن فئة القطط ليست عضواً في فئة الحيوانات ، ^(١) أي $A \not\in B$.

فإذا كانت الفئة A وهي فئة القطط متضمنة في الفئة B وهي فئة الحيوانات وكل عضو في الفئة A يكون عضواً في الفئة B ، فلا يصح القول بأن الفئة A تكون عضواً في الفئة B والمغالطة تنشأ من خلال الخلط بين علاقة التضمن القائمة بين فئة وفئة وعلاقة الإنتماء القائمة بين عضو وفئة فالقول بأن فئة متضمنة في الفئة B وفي نفس الوقت نقول A عضو في الفئة B ، فهنا نعتبر أفة وعضو في نفس الوقت وهذا القول يؤدي إلى مغالطة تسمى أغاليط النمط .

ذلك القول بأن الفلسفة مثقفون نجد أن فئة الفلسفة تكون متضمنة في فئة المثقفين وأن كل فيلسوف يكون عضواً في فئة الفلسفة وأيضاً عضواً في فئة المثقفين ، ولذا لا يصح القول بأن الفلسفة تكون عضواً في فئة المثقفين ، فاعتبار الفلسفة فئة متضمنة في فئة المثقفين وفي نفس الوقت عضو في فئة المثقفين تنشأ المغالطة أي عندما تصدق العلاقة $A \rightarrow B$ لا تصدق العلاقة $A \in B$. إذن صدق الصيغة $A \rightarrow B$ يلزم عنه كذب الصيغة $A \in B$ وفي حالة اعتبار الصيغة $A \in B$ صادقة في الوقت التي تصدق فيه الصيغة $A \rightarrow B$ تنشأ المغالطة والتي تنشأ من خلال الاعتقاد الخاطئ بأن تكون فئة وعضوًا في نفس الوقت .

ومن ناحية أخرى يقول كواين ، الحالة التي تصدق فيها الصيغة $A \in B$ قد تكون فيها الصيغة $A \rightarrow B$ صادقة وقد تكون غير صادقة ^(٢) ، فالقول بأن قريش قبيلة عربية يدل على أن قريش مأخوذة كوحدة واحدة عضو في فئة القبائل العربية ولكنها ليست متضمنة في القبائل العربية لأننا لا نستطيع القول بأن كل فرد فيها إنه قبيلة عربية . ^(٣)

وأيضاً القول بأن مصر عضو في منظمة الأمم المتحدة فليس معنى ذلك بأن كل فرد من فئة المصريين يكون عضواً في منظمة الأمم المتحدة أي أن مصر تكون عضواً في منظمة الأمم المتحدة ولكنها ليست متضمنة في فئة منظمة الأمم المتحدة لأننا لا نستطيع القول بأن كل مصري يكون عضواً في منظمة الأمم المتحدة .

١ - Quine " Mathematical logic ,". P. 185

٢ - Ibid. P. 185

٣ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦١

وكذلك القول بأن فنة الجبال في كندا تكون عضواً في فنة فنات الموضوعات الفيزيقية فلا يمكن أن يكون كل عضو في فنة الجبال في كندا عضواً في فنة الفنات الموضوعات الفيزيقية ،^(١) وهذا نلاحظ أن فنة الجبال في كندا تكون عضواً في فنة الفنات الموضوعات الفيزيقية ولا تكون متضمنة فيها لأننا لا نستطيع القول بأن كل جبل من الجبال في كندا يكون عضواً في فنة الفنات الموضوعات الفيزيقية ، فإذا كان الأمر كذلك أن يكون العضو الذي يكون عضواً في فنة الجبال ، عضواً في فنة الفنات الموضوعات الفيزيقية فنة وهذا محال ، فمن اللغو أن نقول أن الفنة شئ طبيعي ، فإن الفنة لا تكون متضمنة في الفنة ب ، إلا إذا كان جميع أعضاء الفنة أعضاء في الفنة ب ، وعلى ذلك تكون فنة الجبال في كندا متضمنة في فنة الأشياء الفيزيقية وكل عضو في الفنة الأولى عضو في الفنة الثانية إذن كل جبل شئ فيزيقي .^(٢)

وعلى ذلك فإن صدق الصيغة $A \Rightarrow B$ يلزم كذب الصيغة $A \rightarrow B$ لأن الصيغة الأولى تعني علاقة عضو بفنـة والصيغة الثانية تعـني عـلاقـة فـنـة بـفـنـة أخـرى فـلا يـصـحـ أنـ نـعـتـرـ فـنـة وـعـضـوـ فيـ نفسـ الـوقـتـ .

وإذا كان الخلط بين التضمن والاتتماء يؤدي إلى أغاليط النمط فكيف نتجنب الوقوع في هذه الأغاليط ؟ في الواقع يجب أن نحدد أنواع الألفاظ قبل وضع العلاقة بينهما ، فإذا كنا نتعامل مع عضو وفنـة فالعـلاقـةـ بيـنـهـماـ عـلاقـةـ اـنـتمـاءـ وإذاـ كـنـاـ نـتـعـالـمـ معـ فـنـةـ وـفـنـةـ بـحـيـثـ يـكـونـ كـلـ عـضـوـ فيـ فـنـةـ الـأـولـىـ عـضـوـ فيـ فـنـةـ الـثـانـىـ فـالـعـلاقـةـ بيـنـهـماـ عـلاقـةـ تـضـمـنـ ،ـ وـلـاـ نـسـتـطـعـ بـأـيـ حـالـ مـنـ الـأـحـوـالـ أنـ نـعـتـرـ فـنـةـ عـضـوـ وـعـضـوـ فـنـةـ فيـ نفسـ الـوقـتـ ،ـ بـإـضـافـةـ إـلـىـ أـنـ أـرـسـطـوـ لـمـ يـقـومـ بـالتـبـيـهـ عـلـىـ هـذـهـ المـغـالـطـةـ وـالـسـبـبـ فـيـ ذـلـكـ أـنـ أـرـسـطـوـ لـمـ يـفـرـقـ بـيـنـ عـلـاقـةـ التـضـمـنـ وـعـلـاقـةـ الـاتـتمـاءـ وـالـذـيـ قـامـ بـالـتـفـرـقـ بـيـنـهـماـ بـيـانـوـ

المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفنات

على الرغم من وجود مفارقات متعددة في المنطق ونظرية الفنات هي النقطة المركزية التي انطلقت منها جميع موضوعات المنطق الأرسطي والحديث ، لذا نحاول عرض أهم المفارقات المتعلقة بمنطق الفنات ووضع حل لهذه المفارقات .

1 - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 225

٢ - د/ محمد مهران ، " مقدمة في المنطق الرمزي " ، ص ٢٦١

١ - مفارقة كانتوor Cantor's Paradox

هذه المفارقة ناتجة عن العلاقة بين عدد الفنات الفرعية لفنية معلومة ، وعدد أعضاء هذه الفنية ، فالفنية الفرعية هي الفنية التي تكون متضمنة في فنية أخرى ، فإذا كانت $A \subseteq B$ فإن الفنية A تكون فنية فرعية من الفنية B ، وأن كل عضو من الفنية A يكون عضواً من الفنية B ، وإن الفنية B بجانب احتواها على فنات فرعية فإنها تحتوي على مجموعة من الأعضاء وهذه المجموعة تنقسم إلى مجموعات صغيرة بحيث أن كل مجموعة تمثل فنية فرعية *Subclass* من الفنية B .

فإذا قلنا مثلاً فنية الحيوان نجد أنها تحتوي على مجموعة من الأعضاء وأن هذه المجموعة تنقسم إلى مجموعات صغيرة مثل فنية الإنسان وفنية القطة وكل فنية من هذه الفنات تمثل فنية فرعية من فنية الحيوان ، فهل عدد الأعضاء التي تحتويها فنية معلومة أكبر من عدد الفنات الفرعية التي تحتويها هذه الفنية ؟ أم أن عدد الفنات الفرعية التي تحتويها هذه الفنية أكبر من عدد الأعضاء التي تدرج تحت هذه الفنية ؟ فإذا استطعنا إثبات صحة كل من المبدئين المتناقضين في وقت واحد نشاً عن ذلك مفارقة منطقية

لنأخذ المثال الذي يقدمه لنا رسول من الحياة اليومية ، افرض أن أمامك ثلاثة أنواع من حلويات A ، B ، C وتركت لك الحرية في أن تختار ما تأكله منها وأن شئت واحد فأكثر أو ان ترفضها جميعاً ، إن أردت فكم طريقة للاختيار مكفولة لديك إنك قد ترفضها جميعاً فهذا اختيار وقد تختار واحد منها وهذا يمكن بطرق ثلاثة (A ، B ، C) وبذلك يكون لديك ثلاثة اختيارات وقد تختار اثنين منها وهذا أيضاً يمكن بطرق ثلاثة (A ، B ، A, B) ويكون لديك مرة أخرى ثلاثة اختيارات وقد تتناول الأنواع الثلاثة جميعاً (A ، B ، C) ويكون لديك اختيار واحد وبذلك يكون المجموع الكلي للاختيارات هو ثمانى ^(١) ، ومن المثال السابق نجد أن عدد الأعضاء في الفنية ثلاثة أعضاء وأن عدد الفنات الفرعية لهذه الفنية هو ثمانى فنات فرعية ، لذا يكون عدد الفنات الفرعية لفنية ما أكبر من عدد أعضاء هذه الفنية ^(٢) .

فإذا كانت نشير إلى عدد الأعضاء التي تحتويها فنية معلومة فإن 2^n هي عدد الفنات الفرعية التي تحتويها هذه الفنية ، فالفنية التي تحتوي n من الأعضاء لها 2^n من الفنات الفرعية ^(٣) .

فالفنات الفرعية التي تحتويها فنية معلومة يكون عددها 2^n في الوقت الذي تحتوي فيه على n من الأعضاء ، أي أن عدد الفنات المتضمنة في فنية لها n من الأعضاء هو 2^n ^(٤) .

١ - د/ محمد مهران ، "فلسفة برتراند رسول" ، ص ٢٧٢ .

٢ - Whitehead , and Russell , "Principia Mathematica" P. 386

٣ - رسول ، "مقدمة للفلسفة الرياضية" ، ص ١٩٥ .

٤ - نفس المرجع ، ص ١٩٥ .

فإذا كان لدينا فئة تحتوي على أربعة أعضاء ، فإن عدد الفئات الفرعية لهذه الفئة هو 2^4 وتساوي 16 فئة فرعية في الوقت الذي تحتوي فيه هذه الفئة على أربعة أعضاء فقط ، وكذلك إذا فرضنا أن عدد الأعضاء في فئة هو n أعضاء كانت عدد الفئات الفرعية المتضمنة في هذه الفئة هو 2^n تساوي 12 فئة فرعية .^(١)

ومن خلال هذا القانون 2^n والذي يحدد عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة نجد أن الفئة الفارغة The Null class التي لا تحتوي على أعضاء يكون لها 2^0 من الفئات الفرعية لا يكون لها فئة فرعية ولا يكون لدينا إلا هي نفسها أي الفئة الأصلية الفارغة .

فالقول بأن الفئة التي لها من الفئات الفرعية 12 فئة فرعية في حين أنها تحتوي على 9 أعضاء ، يثبت أن كل فئة لها من الفئات الفرعية أكثر مما لها من الأعضاء ،^(٢) ومن الواضح أن 2^n والذي يحدد عدد الفئات الفرعية أكبر من n وهو عدد الأعضاء ، وأن كاتنور قد أثبت أن 2^n أكبر من n .^(٣)

فإذا كان عدد الفئات التي يمكن عملها من فئة معلومة أكبر دائماً من عدد أعضاء الفئة ، وكون 2^n أكبر من n فإثبات هذه القضية تكون صحيحة حتى تكون n متناهية ،^(٤) وهذا يعني أن إثبات صحة القانون 2^n أكبر من n يتوقف على أن n وهي عدد الأعضاء تعبر عن عدد متناهي من الأعضاء وأن n لا تعبر عن عدد لا متناهي من الأعضاء بأي حال من الأحوال .

بالإضافة إلى أننا لن نتمكن من تكوين فئة جديدة تشتمل على الأعضاء والفئات ولها $n + 2^n$ من الأعضاء ،^(٥) لذلك لابد أن نميز بين الفئات والجزئيات ولابد أن نقول أن الفئة المكونة من جزئيتين ليست بذاتها جزئية جديدة ، فالمعنى الذي توجد فيه الجزئية مختلف عن المعنى الذي توجد فيه الفئات لأن لو كان المعنى في الحالتين واحداً لكان العالم الذي يكون فيه ثلاثة جزئيات وثماني فئات عالماً فيه اثنى عشر شيئاً .^(٦)

وإثبات صحة أن عدد الفئات الفرعية لفئة معلومة أكبر من عدد أعضاء هذه الفئة يقرر أن عدد الفئات في العالم أكبر من عدد الأفراد ، حيث يقول رسول فمن هذا المنطلق أي (2^n أكبر من n) يكون عدد الفئات في العالم أكبر من عدد الأفراد .^(٧)

١ - نفس المرجع ، ص ١٩٥ .

٢ - رسول ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ص ١٨ .

٣ - نفس المرجع والصفحة .

٤ - نفس المرجع والصفحة .

٥ - رسول ، "مقدمة للفلسفة الرياضية" ، ص ٢٠٠ .

٦ - د/ محمد مهران ، "فلسفة برتراند رسول" ، ص ٢٧٢ .

٧ - رسول ، "مقدمة للفلسفة الرياضية" ، ص ١٩٥ .

فيثبات صحة القانون ٢٠ أكبر من ن والذى يقرر أن عدد الفنات الفرعية لفنية معلومة أكبر من عدد أعضاء هذه الفنية والذى يلزم عنه أن عدد الفنات في العالم أكبر من عدد الأفراد وهذا من ناحية وإثبات صحة أن الفنية تحتوي على عدد من الأعضاء أكبر من عدد الفنات الفرعية منها وهو التعريف التقليدي للفنية ، أي إثبات صحة المبدأ وإثبات صحة نقيضه في نفس الوقت تنشأ عن ذلك مفارقة تسمى مفارقة كانتور .

٢ - مفارقة وسل Russell's Paradox

يرى رسل أن هذه المفارقة تنشأ من خلال تصور الفنية الشاملة The Universe Class وهي فنية كل شئ Every Thing حيث يقول ، الفنية الشاملة التي نبحث أمرها والتي يجب أن تشمل كل شئ يجب أن تشمل نفسها كواحدة من أعضائها ، وبعبارة أخرى إن وجد مثل هذا الشئ الذي نسميه كل شئ إذن كل شئ ، شئ ما وعضو من فنية كل شئ .^(١)

و تنشأ هذه المفارقة عندما نحاول الإجابة على سؤال طرح نفسه ؟ هل الفنية الشاملة تكون نفسها عضو أم أنها لا تكون نفسها عضو ، حيث يقول إيتون ، فنية جميع الفنات التي تشير إلى فنية تحتوي على نفسها كعضو وبالتالي يكون التناقض .^(٢)

ويرى بوشنسكي ، أننا لو نظرنا إلى فنية كل الفنات التي ليست عضواً في نفسها فابننا نجد أن هذه الفنية ليست عضواً في نفسها إلا أنها لابد أن تحتوي نفسها كعضو ، ففنية كل الفنات التي لا تحتوي نفسها على نفسها كعضو وبالتالي يكون التناقض . Contain Itself Not Contain Itself^(٣) .

ومن خلال الممارسة العملية للفنات الشاملة توجد فنات تحتوي نفسها كعضو وفنات أخرى لا تحتوي نفسها كعضو ، فلو اختبرنا جميع الفنات التي تمثل فنات شاملة للاحظنا أن بعضها يكون عضواً في نفسه وبعضها الآخر لا يكون كذلك^(٤) ، و هذا يعني أن هناك فنات شاملة تكون أعضاءً في نفسها وفي نفس الوقت توجد فنات شاملة لا تكون أعضاءً في نفسها أو لا تحتوي على نفسها كأعضاء ،

١ - رسل ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ١٩٩ .

2 - Eaton , " General logic " P. 457

3 - Bochenski , " A precis of mathematical logic , " P. 61

4 - Dumitriu , " History of logic " vol , 4 , P. 98

يرى بوشنسكي إذا تعاملنا مع الفنة الشاملة على أساس معناها الإيجابي وهي الفنة التي تحتوي كل شئ في نطاق مجال الحديث فهي في هذه الحالة لا تحتوي نفسها كعضو ، فإذا قلنا أن الفنة الشاملة تحتوي نفسها أي كان الرد بالإيجاب Answered Affirmative نستطيع أن نستتبط أن الفنة الشاملة في هذه الحالة لا تحتوي نفسها كعضو ،^(١) وهذا يعني إذا نظرنا للفنة الشاملة من منطلق معناها الإيجابي والذي تتصف به وهي تحتوي كل شئ فإنها لا تحتوي نفسها كعضو ، وبعبارة أخرى الفنة الشاملة في حالة أنها تتصف بالخاصية أو الصفة التي تتحدد على أساسها وهي أنها تحتوي كل شئ فهي في هذه الحالة لا يجوز أن تكون عضواً في نفسها .^(٢)

أما إذا أخذنا الفنة الشاملة بالمعنى السالب وهي لا تتجاوز أن تتحدد بالخاصية أو الصفة القائمة عليها في أنها تحتوي كل شئ فالفنـة الشاملـة في هـذه الـحالـة تكون عـضـواً في نفسـها فـإـذـا قـلـنا أنـ الفـنـةـ الشـامـلـةـ لاـ تـحـتـوـيـ نفسـهاـ نـسـتـبـطـ أنـ نـسـتـبـطـ أنـ الفـنـةـ الشـامـلـةـ تـحـتـوـيـ نفسـهاـ كـعـضـوـ ،^(٣) ويـقـولـ رسـلـ فـيـ ذـكـرـ إـذـا قـلـناـ أنـ الفـنـةـ الشـامـلـةـ لاـ يـجـوزـ أنـ تـتـصـفـ بـالـخـاصـيـةـ أوـ الصـفـةـ الـتـيـ تـتـحـدـدـ عـلـىـ اـسـاسـهـاـ حـيـنـذـ تـصـبـحـ عـضـواـ فيـ نفسـهاـ .

وعندما ننظر للفنة الشاملة بالمعنى الإيجابي الذي قامت عليه وهي تحتوي كل شئ فهي في هذه الحالة لا تحتوي نفسها كعضو ، وعندما ننظر للفنة الشاملة بالمعنى السالبي وهي لا تحتوي كل شئ فهي في هذه الحالة تكون عضواً في نفسها ، وهنا تنشأ المفارقة وتسمى مفارقة رسول .^(٤)

ويقول رسول ، بالنسبة للمعنى الموجب للفنة الشاملة ، فنات الأشياء ليست أشياء ،^(٥) أي الفنة التي تحتوي جميع الأشياء لا تكون شيئاً من هذه الأشياء أي أنها لا تكون عضواً لنفسها ، أما بالنسبة للمعنى السالب للفنة الشاملة ، الفنة كواحد تكون عضواً لنفسها كثثير وهكذا فإن فنة جميع الفنات فـة^(٦) ، لـذـا فـالـفـنـةـ الشـامـلـةـ تـكـوـنـ عـضـواـ فيـ نفسـهاـ فـنـةـ جـمـيعـ الفـنـاتـ هيـ بـدـورـهاـ فـنـةـ ، فـلـوـ اـعـتـقـدـتـ لـحظـةـ أـنـ فـنـاتـ الأـشـيـاءـ يـمـكـنـ أـنـ تـرـجـعـ بـالـمـعـنـىـ الـذـيـ تـكـوـنـ فـيـهـ الأـشـيـاءـ أـشـيـاءـ فـسـيـكـونـ عـلـىـكـ انـ تـقـولـ أـنـ الفـنـةـ المـكـوـنـةـ مـنـ جـمـيعـ الـأـشـيـاءـ فـيـ الـعـالـمـ هيـ ذـاتـهـاـ شـئـ فـيـ الـعـالـمـ إذـنـ عـضـوـ فـيـ ذـاتـهـاـ .^(٧)

١ - Bochenski , "A precis of mathematical logic ,". P. 61

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، "المفارقات المنطقية" ، المرجع السابق ، ص ٦٧ .

٣ - Bochenski , "A precis of mathematical logic ,". P. 61

٤ - Bochenski , "A precis of mathematical logic . P. 61

٥ - رسول ، "أصول الرياضيات" ، الجزء الأول ، ص ١٩ .

٦ - رسول ، نفس المرجع ، ص ١٧٦ .

٧ - د/ محمد مهران ، "فلسفة برتراند رسول" ، ص ٢٧٣ .

و بالنسبة لكل الفنات الشاملة فإن كانت إحدى تلك الفنات التي ليست أعضاءً في نفسها ، وأن من الممكن فهي ليست إحدى تلك الفنات التي ليست أعضاء في نفسها وهذا كل من الطرفين إنها عضو وليس عضواً من نفسها سيلزم تناقضاً^(١) وعلى ذلك نجد أن رسول بهذا يقدم ما يسمى بالدائرة المفرغة والتي تظهر في هذه المفارقة .^(٢)

ومن ناحية أخرى إن هذه المفارقة والتي قامت على التناقض في تصور الفنلة الشاملة ، هل تحتوي نفسها كعضو أم لا تحتوي نفسها كعضو ، لأنجدا لها جذوراً أرسطية والسبب في ذلك أن أرسطو تعامل مع الجنس والذي يعبر عن الفنلة الشاملة في المنطق الحديث بالمعنى الموجب ، أي الفنلة الشاملة عند أرسطو تحتوي كل شئ فهي بذلك لا تكون عضواً في نفسها والذي ساعد أرسطو تجنب الواقع في هذه المفارقة ، أنه لا يؤمن إلا بالفنات الوجودية ، فلو قلنا فنلة الأفكار المجردة وهذه الفنلة لا يكون لها وجود في المنطق الأرسطي لعدم احتواها على أعضاء ملموسة في الواقع وبذلك فالمنطق الأرسطي لا يعترف بها من الأساس كفنلة حتى يحكم عليها أنها عضو أم ليس عضواً في نفسها .

وعلى ذلك نستطيع القول بأن اعتماد أرسطو في بنائه لنسبة المنطقي على المعنى الموجب للفنلة الشاملة وإيمانه القوي بالفنات الوجودية قد أنهى على التناقض القائم على تصور الفنلة الشاملة في المنطق الحديث والذي نشأ عنه مفارقة والتي سميت بمفارقة رسول .

٣ - مفارقة الفنلة الفارغة The Paradox Of Null Class

على الرغم من أن الفنلة الفارغة تعد تجديداً رئيسياً بالنسبة للمنطق الأرسطي إلا أن تصورها في حد ذاته ينشأ عنه مفارقة ، وفي اللغة العادية الفنلة هي مجموعة الأشياء التي تشتراك في بعض الخصائص في حين أن الفنلة الفارغة لا تحتوي على أعضاء .^(٣)

إذا كانت الفنلة الفارغة هي فنلة اللاشيء أي هي الفنلة الخالية من الأعضاء و عند تحديد معناها عن طريق دالة القضية لا نجد لها قيماً تحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة فإن الفنلة الفارغة بهذا المعنى تكون متناقضة ذاتياً ، فالفنلة الفارغة لا يوجد لها قيم كافية لتحقيق صدق دالة القضية فالفنلة الفارغة تكون بذلك متناقضة ذاتياً Self Contradictory حيث أن

١ - رسول ، " مقدمة للفلسفة الرياضية " ، ص ١٩٩ .

2 - Dumitriu , " History of logic , " vol , 4 , P. 98

3 - Dasson , and O'connor , " Introduction to symbolic logic " , P. 149

فـ س . ~ فـ س ، ^(١) وهذا يعني عندما نقول أن تصوراً ما يكون فـ نـة وليس فـ نـة في الوقت نفسه أي نـسـتطـيع إثـبات صـحة القـول ونـقـيـضـه في الوقت نفسه تـشـأـ المـفارـقة .

ويقول رـسـل ، لو قـلـنا الغـيلـان حـيـوانـات فـتـظـهـر أن هـذـه القـضـيـة صـادـقـة يـبـدـو أنـهـا لا تـطـلـق بـتـصـور الدـالـة بـمـا تـدـلـ عـلـيـه هـذـه التـصـورـات وـمـع ذـلـك فـهـا هـنـا اـسـتـحـالـة لـأـنـ التـصـورـات المـذـكـورـة لا تـدـلـ عـلـى شـئـ ما ، ^(٢) فـصـدـقـ القـضـيـة السـابـقـة يـكـونـ منـ حـيـثـ الشـكـلـ وـلـيـسـ المـضـمـونـ طـالـماـ حـاـولـنـا أـنـ نـجـدـ عـضـواـ وـاحـداـ يـحـقـقـ صـدـقـ الدـالـة "سـ غـولـ" لـأـنـجـدـ ، لـأـنـ تصـورـ الغـيلـانـ لـيـسـ لـهـ وجودـ فيـ الـوـاقـعـ .

وـ مـا دـامـتـ الفـنـة تـتـحدـدـ بـمـا صـدـقـاتـهـاـ وـالفـنـةـ الـفـارـغـةـ بـحـكـمـ تـعـرـيفـهاـ تـخـلـوـ مـنـ الـأـعـضـاءـ فـهـيـ إـذـنـ لـيـسـ فـنـةـ عـلـىـ الـإـطـلـاقـ ^(٣) ، أـيـ إـذـا كـانـتـ الفـنـةـ بـحـكـمـ تـعـرـيفـهاـ لـأـبـدـ مـنـ اـحـتوـانـهـاـ عـلـىـ أـعـضـاءـ فـبـاـنـ وـجـودـ تـصـورـ مـعـينـ وـلـاـ يـحـتـوـيـ عـلـىـ أـعـضـاءـ فـيـ الـوـاقـعـ وـنـطـلـقـ عـلـيـهـ فـنـةـ فـارـغـةـ تـشـأـ مـفارـقةـ .

وـ إـذـا كـانـتـ الفـنـةـ بـحـكـمـ تـعـرـيفـهاـ لـأـبـدـ مـنـ اـحـتوـانـهـاـ عـلـىـ أـعـضـاءـ وـقـولـنـاـ عـنـ لـفـظـ مـا لـيـسـ لـهـ أـعـضـاءـ فـيـ الـوـاقـعـ بـاـنـهـ يـعـبـرـ عـنـ فـنـةـ فـارـغـةـ هـذـاـ القـوـلـ يـمـثـلـ مـفارـقةـ ، أـيـ أـنـ " تـبـدـوـ مـفارـقةـ فـيـ أـنـنـاـ نـجـدـ فـنـةـ بـلـأـعـضـاءـ مـثـلـ الفـنـةـ فـارـغـةـ " . ^(٤)

وـ يـرـىـ رـسـلـ أـنـ ثـمـةـ صـعـوبـاتـ عـظـيمـةـ تـتـصـلـ بـالـفـنـاتـ فـارـغـةـ ، وـبـوـجـهـ عـامـ بـفـكـرـةـ الـلـاشـنـ وـمـنـ الـواـضـعـ أـنـ ثـمـةـ تـصـورـاـ ماـ هـوـ الـلـاشـنـ وـفـيـ بـعـضـ الـمـعـانـيـ أـنـ الـلـاشـنـ هـوـ شـئـ مـاـ وـالـلـاشـنـ لـيـسـ شـئـ وـفـيـ الـإـمـكـانـ وـلـاـ رـبـ تـأـوـيلـهـ بـحـيـثـ تـكـوـنـ صـادـقـةـ وـهـذـهـ نـقـطـةـ يـنـشـأـ عـنـهـاـ التـنـاقـضـ ، ^(٥) هـنـاـ يـرـىـ رـسـلـ الـمـفارـقةـ تـشـأـ عـنـدـمـاـ نـحـاـولـ أـنـ نـثـبـتـ أـنـ الـلـاشـنـ يـكـونـ شـئـنـاـ " مـاـ فـيـ حـيـنـ أـنـ الـلـاشـنـ هـوـ لـأـشـئـ وـلـاـ يـكـونـ شـئـنـاـ " ، فـنـةـ الغـيلـانـ لـيـسـ شـئـنـاـ عـلـىـ الـإـطـلـاقـ ، وـكـونـ إـنـنـاـ نـطـلـقـ عـلـيـهـاـ فـنـةـ نـكـونـ قدـ تـعـاـلـمـاـ مـعـهـاـ عـلـىـ أـسـاسـ أـنـهـاـ شـئـ وـهـنـاـ تـشـأـ مـفارـقةـ .

وـ يـرـىـ رـسـلـ ، بـأـنـ التـصـورـ الذـيـ لـاـ يـحـتـوـيـ عـلـىـ أـعـضـاءـ تـحـقـقـ صـدـقـ دـالـةـ القـضـيـةـ لـاـ يـكـونـ شـئـنـاـ وـلـاـ نـطـلـقـ عـلـيـهـ فـنـةـ حتـىـ لـوـ قـلـنـاـ عـنـهـاـ فـنـةـ فـارـغـةـ ، حـيـثـ يـقـولـ ، " لـاـشـنـ لـيـسـ لـاـشـنـ " وـهـيـ قـضـيـةـ مـنـ الـواـضـعـ صـادـقـةـ وـمـعـ ذـلـكـ فـإـذـاـ لـمـ تـعـالـجـ بـعـنـيـةـ أـصـبـحـتـ مـصـدـرـ نـقـانـضـ ، ^(٦) بـمـعـنـىـ إـذـاـ كـانـتـ القـضـيـةـ " لـاـشـنـ لـيـسـ لـاـشـنـ " صـادـقـةـ وـحـاـولـنـاـ أـنـ نـثـبـتـ صـحـةـ القـضـيـةـ لـاـشـنـ يـكـونـ شـئـنـاـ " فـإـنـنـاـ

١ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 229

٢ - رـسـلـ ، " أـصـوـلـ الـرـيـاضـيـاتـ " ، الـجـزـءـ الـأـوـلـ ، صـ ١٣٣

٣ - دـ/ـ مـهـرـانـ ، " مـقـدـمةـ فـيـ الـمـنـطـقـ الرـمـزيـ " ، صـ ٢٦٩

٤ - Ambrose , and Lazerowitz , op. cit. P. 230

٥ - رـسـلـ ، " أـصـوـلـ الـرـيـاضـيـاتـ " ، الـجـزـءـ الـأـوـلـ ، صـ ١٣٢

٦ - نفسـ المـرـجـعـ ، صـ ١٣٤

نكون وقعا في مفارقة الفئة الفارغة ، وذلك لأن لا شئ تصور دال لا يدل على شئ والتصور الدال ليس بالطبع لا شئ ،^(١) فالاشئ تصور دال لا يدل على شئ في الواقع ، واللاشئ يدل على شئ فهذه القضية مغرة في التناقض .^(٢)

وعلى ذلك للاشئ ليس لا شئ فهذه القضية لا ينشأ عنها مفارقة ولكن قولنا بأن اللاشئ يكون شيئاً فهذا القول ينشأ عنه مفارقة لذا تكون مفارقة الفئة الفارغة ناشئة من قولنا بأن تصور ما ليس له أعضاء ونطلق عليه فئة أو اللاشئ نقول عنه يحتوي أشياء .

إن المفارقة هنا تنشأ من خلال اعتبارنا تصور ما يكون شيئاً وليس شيئاً في نفس الوقت أي إثبات صحة القول ونقضه في الوقت نفسه ، فالقول بأن ف س . ~ ف س فئة وليس فئة في الوقت نفسه تنشأ المفارقة ،^(٣) لأننا لا نستطيع اعتبار تصوراً ما لا يحتوي على شئ بأنه فئة وليس فئة في الوقت نفسه أي عندما نستطيع البرهنة على صدق القضية " اللاشئ يكون لا شئ " والبرهنة على صدق نقضها وهي " اللاشئ يكون شيئاً " في الوقت نفسه .

ومن الواضح أن هذه المفارقة لا نجد لها جذوراً ارسطية والسبب في ذلك أن ارسطو لم يفسح المجال للفئة الفارغة لمشارك في بناء نسقه المنطقي ولم يعتبر الفئة الفارغة نوعاً من أنواع الفئات لأنه يؤمن فقط بالفنات الوجودية أي الفئات التي تحتوي أعضاء في الواقع وبذلك يكون ارسطو تجنب الوقوع في هذه المفارقة .

حل المفارقات "نظرية الأنماط" Theory Of Types

المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفئات وجودتها على حالها تفقد المنطق معناه ولا نستطيع الصعود بالمنطق لروح العصر كما لا يمكن بناء نسق منطقي متكامل ، لذا لابد من وضع حل لهذه المفارقات نابع من روح المنطق حتى نستطيع بناء نسق منطقي يقوم على مبادى وعلاقات لا يشوبها تذبذب في القواعد ، وعلى الرغم من الحلول الكثيرة التي عرضها المناطقة المحدثون لهذه المفارقات ، إلا أن أهم هذه الحلول هو الحل الذي عرضه رسل والذي بناء على أساس نظرية الأنماط .

١ - نفس المرجع ، ص ١٣٤ .

٢ - نفس المرجع ، ص ١٣٤ .

يقول بوشنسكي ، نظرية الأنماط هي مجموعة القواعد التي تقسم الموضوعات المنطقية إلى عدد من الفئات تسمى أنماطاً أي تقسيم الموضوعات إلى أنماط ، فالنمط الأول 1st Type يحتوي على الأفراد أي يكون مجموعة من الأفراد والنط الثاني Type 2 يكون من الفئات التي تحتوي على أفراد والنط الثالث Type 3 يكون من فئات الفئات .^(١) Classes Of Classes

والذي يحدد نمط الفئة هو نمط الأعضاء التي تدرج تحت هذه الفئة ، أي أن نمط الفئة يحدد بواسطة نمط أعضائها فئات المستوى الأول تحتوي فقط على أفراد كأعضاء وفئات المستوى الثاني تحتوي فقط فئات كأعضاء وفئات المستوى الثالث تحتوي فقط فئات الفئات كأعضاء .^(٢)

وفئة الأفراد التي تنتمي إلى نمط منطقي مختلف عن فئة الفئات بمعنى أخذ أي فرد من نمط لا يمكن وضع فرد آخر في هذا النمط وأن الفرد لا يكون فئة أو فئة الأفراد لا تكون فئة فئات الأفراد وأن فئة فئات الأفراد لا تكون شيئاً آخر غير الأفراد^(٣) ، وهذا يعني أن فئة الأفراد لا تحل محل فئة فئات الأفراد والفرد لا يحل محل فئة الأفراد وفئة الأفراد لا تحل محل الفرد ، وإن كل فئتين بينهما هوية يندرجان تحت نمط واحد وأيضاً كل فردين يكون بينهما هوية يندرجان تحت نمط واحد .

وعلى ذلك نجد أن نظرية الأنماط المنطقية ارتبطت بالفئات وعملت على ربط الفئات وترتيب الفئات في مستويات ، وإذا كان تحديد معنى الفئة يكون عن طريق دالة القضية ، فاكى نحدد الأعضاء التي تدرج تحت فئة معينة يكون عن طريق دالة القضية ، لذا تكون دالة القضية مرتبطة بنظرية الأنماط ، فالحاجة إلى نظرية الأنماط المنطقية تظهر بوضوح في ربط الفئات ، والفئات تكون مشتقة من دالة القضية وأن الاختلاف بين فئات الأفراد وفئات الفئات يكون تحت الاعتبار^(٤) .

وإذا كانا نحدد الأعضاء التي تدرج تحت فئة ما عن طريق دالة القضية ، فإن كل عضو يحقق صدق دالة القضية يكون من نفس نمط الفئة المراد تحديدها ، فإذا كانت ϕ س كافية إذن العضو س يكون من نفس نمط الفئة أ المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ϕ أو إذا كانت ϕ س غير كافية فإن العضو س لا يكون من نفس نمط الفئة أ ،^(٥) فلو كان لدينا دالة القضية س إنسان وعوضنا عن المتغير س بالعضو أحمد في هذه الحالة يكون أحمد من نفس نمط فئة الإنسان وإذا عوضنا عن س

1 - Bochenski , "Aprecis of mathematical logic ,", P. 62

2 - Eaton , op. cit. P. 456

3 - Ibid. P. 455

4 - Ibid. P. 452

5 - Dumitriu , " History of logic , " vol , 4, P. 99

بالعضو شجرة فتكون الشجرة في هذه الحالة ليست من نمط فنة الإنسان لكونها ليست عضواً في فنة الإنسان .

وإذا كان تحديد الأعضاء التي تدرج تحت أي فنة يكون عن طريق دالة القضية فإننا نستطيع من خلال دالة القضية تحديد الأنماط التي تنتهي إليها هذه الأشياء والتي تكون قيم كافية لتحقيق صدق دالة القضية أي أن التعامل مع الفنات عن طريق دالة القضية والتي تعد موقعاً خلفياً للفنات ، نستطيع تحديد الأشياء التي تكون قيم للحججة المعطاة في دالة القضية .^(١)

وعلى الرغم من أن رسول وضع ثلاث مستويات لنظرية الأنماط فإننا لا نرى أن الأنماط تكونثلاث مستويات فقط ، ولكننا نستمر في وضع عدد من الأنماط للفنات حتى نصل إلى النمط الذي يمثل رأس الهرم ، والذي يحتوي على الفنة التي لا تكون متضمنة في فنة أخرى والتي تعبر عن جنس الأجناس في المنطق الأرسطي ، وعلى ذلك أنني لا أجازف بالقول بأن نظرية الأنماط عند رسول مأخوذة عن أرسطو في ترتيبه للحدود حسب علاقة التضمن لأننا نجد عند أرسطو النوع يحتوي الأفراد وهو يعبر عن فنة الأفراد والجنس يحتوي النوع ويعبر عن فنة الفنات وأن جنس الأجناس يمثل رأس الهرم وبذلك ترجع جذور نظرية الأنماط إلى المنطق الأرسطي .

وعلى ذلك نستمر في وضع عدد من الأنماط حتى نصل إلى النمط (م + ١) الذي يتالف عموماً من كل الفنات التي توجد للنمط "م" فإذا قلنا (س = ص) إذا مثل هذا بالطبع لا تكون ذات دلالة إلا في حالة ما إذا كانت فقط س من نمط أقل من النمط الثاني الذي ينتمي إليه ص .^(٢)

والمشكلة التي تواجه نظرية الأنماط هي أننا أحياناً نجد فرداً ما لا يوجد أفراد تشتراك معه في الخصائص أي أنه يحمل خصائص فريدة وهذا الفرد يعبر عن فنة ذات عضو واحد ، فهذا الفرد هل يندرج تحت المستوى الثاني الذي يحتوي فنات الأفراد أم أنه يندرج تحت المستوى الأول الذي يحتوي أفراد ؟ في الحقيقة هذا الفرد إما أنه يعالج بأنه فرد ينتمي إلى فنة ما وإما يعالج بأنه فنة ذات عضو واحد ويندرج تحت المستوى الثاني ، فيمكن أن يعبر أفلاطون وسقراط عن أفراد في فنة الفلسفة والتي تكون فنة أفراد وإنما أن يكون كل منها يعبر عن فنة ، لذلك فإن أفلاطون وسقراط يعالج كل

١ - Eaton , op. cit. P. 456

٢ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " المفارقات المنطقية " ، ص ١٠٥
انظر أيضاً في ذلك Bochenski , " A precis of mathematical logic " , P. 62

منهما كأفراد لفنة الفلسفة أو فنات^(١) ، وأن حل هذه المشكلة يتوقف على تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية فإذا كان العضو الذي يحل محل المتغير في دالة القضية هو سقراط فقط أو أفالاطون فقط فإن كل من أفالاطون وسقراط يعالج على أنه فنة ذات عضو واحد وتدرج تحت المستوى الثاني وهو المستوى الذي يحتوي فنات الأفراد ، أما إذا كان يحل محل المتغير في دالة القضية أفراد كثيرون ومن بينهم سقراط وأفالاطون هنا يعالج كل من سقراط وأفالاطون كأفراد لفنة وبذلك يندرجان تحت المستوى الأول وهو المستوى الذي يحتوي على أفراد .

ويرى ديمتريو ، إذا كان تحديد أعضاء الفنة يكون عن طريق دالة القضية وأن تحديد نمط الفنة يكون عن طريق نظرية الأنماط ، فتحديد نمط الفنة يكون مرتبطاً بدالة القضية وأن دالة القضية في حد ذاتها ينتج عنها إما قضايا صادقة أو قضايا كاذبة فالقيم التي تحل محل المتغير س في دالة القضية وتحقق صدق دالة القضية تكون من نفس نمط الفنة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، حيث يقول ، إذا كان س متغير لدالة القضية ϕ س فإننا من خلال دالة القضية نستنتج قضايا صادقة أو كاذبة باستبدال المتغيرات بقيم معينة وأن جميع قيم المتغير تكون من نفس نمط الفنة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ،^(٢) لذلك يقول إيتون ، فالمنطق قادر على التعامل مع فنات الفنات بالإضافة إلى فنات الأفراد ،^(٣) Classes Of Individuals وهذا الذي جعل رسل يقوم بتصنيف الفنات المنطقية بواسطة نظرية الأنماط على أساس الترتيب الهرمي للموضوعات المنطقية أو الترتيب الهرمي للنمط ، وأن تعريف النمط الأصغر أو المستوى الأول لا يكون دقيقاً فالنمط الأصغر يحتوي على الأفراد وخصائص الأفراد سوف تكون موضوعات منطقية للنمط الثاني وخصائص النمط الثاني سوف تكون موضوعات منطقية للنمط الثالث ،^(٤) وهنا نجد ديمتريو يرى أننا من خلال الخصائص المشتركة التي تحتويها الأفراد التي تدرج تحت المستوى الأول نستطيع أن نحدد الفنات التي تدرج تحت المستوى الثاني ومن خلال الخصائص المشتركة للفنات التي تحتوي أفراد وتدرج تحت المستوى الثاني نستطيع أن نحدد الفنات التي تدرج تحت المستوى الثالث وهكذا .

وعلى ذلك يرى ديمتريو أن موضوع النمط يكون أعلى من قيمته أي أن الفنة التي تحدد عن طريق دالة القضية تكون من نمط أعلى بمعنى أن الخصائص المشتركة بينها وبين الفنات المشتركة معها في هذا النمط تحدد الفنات التي تدرج تحت نمط أعلى من نمط الفنة المراد تحديدها عن طريق دالة القضية ، حيث يقول ، أن الفنة التي تحدد بواسطة المتغير س في دالة القضية ϕ س تكون

1 - Eaton , op. cit. P. 455

2 - Dumitriu , " History of logic , " vol . 4 , P. 99

3 - Eaton , op. cit. P. 453

4 - Dumitriu , " History of logic , " Vol . 4 , P. 99

من نمط أعلى وأن جميع قيم س التي تحتوي خصائص ٥ فإن موضوع النمط يكون أعلى من قيمة النمط الذي يحدد عن طريق دالة القضية .^(١)

والذي جعل رسل يوجد نظرية الأنماط كحل لهذه المفارقات أن هذه المفارقات تقوم في اعتقاد رسل على تكوين ما يمكن تسميته " الفنات غير الخالصة " أي الفنات التي لا تكون خالصة للنمط ولابد أن يكون الحل بوضع ترتيب هرمي منطقي محدد للفنات ، وان الحصر الذي تفرضه هذه النظرية هي أن الفنة التي ينتمي الفرد إليها يجب أن تكون من النمط الأعلى للفنة بحيث أن قوله من س = س فالعارض الذي يؤدي إليه مفهوم فنة تتضمن ذاتها عضوا قد استبعد على هذا النحو لأن مفهومها لهذا لا يعود يبني .^(٢)

ففنات الفنات التي لا تكون عضوا في ذاتها وليس قوله صادقا أو كاذبا بل بلا معنى فما لدينا إذن هو نسق فيه تنظيم دوالي القضايا وبالتالي القضايا في ترتيب هرمي تكون عند قاع الهرم والدوال التي تكون حجمها سوى أفراد وعند الخطوة الثانية تكون الدوال التي حججها دوالي المستوى الثاني ويقال عن الموضوعات التي تحقق صدق دالة معلومة .^(٣)

وعلى ذلك يكون رسل من خلال نظرية الأنماط استطاع التخلص من مفارقة الفنة التي ليست عضوا في ذاتها حيث أن الفنة التي ينتمي إليها الفرد يجب أن تكون من نمط أعلى مباشرة وكذلك استطاع التخلص من كل المفارقات الأخرى المتعلقة بالفنات حيث لن توجد فنة فرعية من فنة يمكن أن تكون عضوا في تلك الفنة .^(٤)

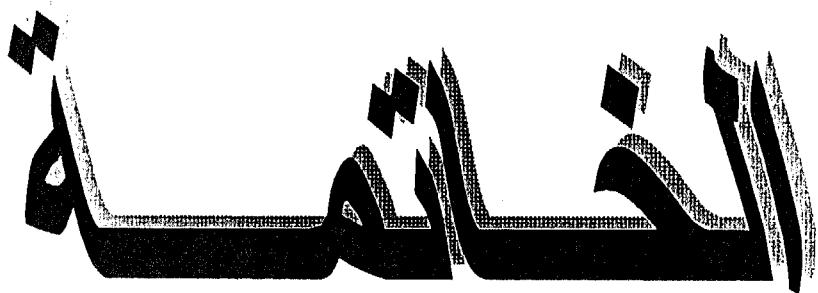
ومن ناحية أخرى ، إذا كان رسل استطاع التخلص من مفارقة كانتور والمفارقة التي سميت فيما بعد بمفارقة رسل ، فإنه استطاع أيضا التخلص من مفارقة الفنة الفارغة وإن ما يسمى بالفنات الفارغة ليس لها وجود في نظرية الأنماط لأن نظرية الأنماط تقوم على الفنات التي يمكن تحديد أعضائها عن طريق دالة القضية وهذه الأعضاء تحول دالة القضية إلى قضايا صادقة في حين أن الفنة الفارغة لا يوجد لها أعضاء تتحقق صدق دالة القضية وبذلك من خلال نظرية الأنماط نستطيع القول بأن الفنة الفارغة ليس لها وجود لأنها لا تحتوي على أعضاء في الواقع .

١ - Ibid. P. 99

٢ - بلانشي ، المرجع السابق ، ص ٤٢ .

٣ - د/ محمد مهران ، " فلسفة برتراند رسل " ، ص ٢٧٤ .

٤ - د/ إسماعيل عبد العزيز ، " المفارقات المنطقية " ، ص ١٠٦ .



ينكشف لنا عديد من النتائج التي تمضي عنها هذا البحث في مجال منطق الفنات منها:

- ١ - اختلاف مفهوم الفنلة في المنطق عن مفهومها المألوف، ففكرة الفنلة تطورت في المنطق، فتوجد فنلة تحتوي عضواً واحداً وتسمى فنلة ذات عضو واحد وفنلة أخرى لا تحتوي أعضاء وتسمى فنلة فارغة، في حين الفنلة في تعريفها المألوف، عبارة عن مجموعة من الأفراد تشتراك في خصائص معينة، وكل فرد من هذه الأفراد يكون عضواً في هذه الفنلة.
- ٢ - إن منطق الفنات ليس فقط أساس تاريخي للتطور في المنطق الرمزي ولكنه صورة بسيطة وجيدة لتقديم جميع الموضوعات المنطقية، لذا يعدّها أهمية مركبة بالنسبة للمنطق الأرسطي والمنطق الحديث، فالقياس ما هو إلا علاقة بين ثلاث فنات، والتي تكون بدورها ثلاثة قضايا، والقضية هي علاقة بين فنتين، وإذا كانت القضية هي الوحدة الأولية التي تتكون منها أي عملية فكرية والفنلة هي الوحدة الأولية التي تتكون منها أي قضية منطقية، لذا تعد الفنلة هي الوحدة الأولية التي تتكون منها جميع الموضوعات المنطقية.
- ٣ - إن كلمة فنلة لم تُعرف في المنطق الأرسطي، إلا أن نفس معناها كان متضمناً فيما اسماه أرسطو بالحدود، وإنه ناقش جميع موضوعاته المنطقية من خلال إدراكه التام لنطمور الفنلة والعلاقة بين الفنات، حيث يقول تارسكي، الواقع إن المنطق الأرسطي كله يمكن رده تماماً إلى نظرية الفنات وال العلاقات الأساسية بين الفنات، لذا يعد أرسطو الواضح الحقيقي لمنطق الفنات.
- ٤ - على الرغم من أن أرسطو قسم الحدود والتي تمثل الفنات في المنطق الحديث إلى نوعين فقط إدراهما حدود كلية والأخرى حدود جزئية، إلا أننا نجد من خلال بناء نسقه المنطقي قد وضع لنا الأساس الأول لجميع أنواع الفنات ولا يغيب عنه تصور أي نوع من أنواع الفنات، فالجنس يمثل الفنلة الشاملة في المنطق الحديث والنوع يمثل الفنلة الفرعية، والحد الجزئي يمثل الفنلة ذات العضو الواحد، والحد السالب يمثل الفنلة المتممة ، والحد الأصغر في القياس يمثل الفنلة المشتركة في المنطق الحديث، أما عن الفنلة الفارغة لا يغيب تصورها عن تفكيره، فإنه أعطى لها مثال وهو "جبل من نحاس".

- اختلاف الأساس الذي قام عليه تقسيم الفنات في المنطق الحديث عنه في المنطق الأرسطي، فالمنطق الحديث قسم الفنات إلى نوعين أساسيين أحدهما فنات وجودية وهي الفنات التي يكون لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية وتحولها إلى قضية صادقة، وأخرى فنات لا وجودية وهي الفنات التي لا يكون لها أعضاء تحقق صدق دالة القضية، وعلى هذا الأساس نجد الفنات في المنطق الأرسطي كلها فنات وجودية لأن أرسطو لا يؤمن إلا بالفنات التي لها أعضاء في الواقع لأنه يرى إننا لا نستطيع تأكيد صفة لشيء وهو غير موجود أو إننا لا نستطيع أن نثبت صفة لشيء أو ننفي عنه صفة وهو غير موجود، لذا فالفنلة الفارغة والتي تمثل فنلة لا وجودية، فإن أرسطو لم يفسح لها المجال لمشاركة في بناء نسقه المنطقي ولم يعتبرها نوعاً من أنواع الفنات على الرغم من أن تصورها لم يغيب عن تفكيره.

- اختلاف مناقشة منطق الفنات في المنطق الأرسطي عنه في المنطق الحديث، فأرسطو في بناء نسقه المنطقي اعتمد على الحدود الكلية ولم يفسح المجال أمام الحدود الجزئية لمشاركة في بناء نسقه المنطقي، وهذا لا يعني تقليل من أهمية الحدود الجزئية في نظر أرسطو وإنما اعتبرها نوعاً أساسياً من أنواع الحدود، ولكن بناء النسق المنطقي الأرسطي يتطلب حدود كلية، لأن الحدود الجزئية لا تصلح أن تكون موضوعات ومحمولات في قضايا صادقة، في حين أن المنطق الحديث اعتمد في بناء نسقه المنطقي لنظرية الفنات على جميع أنواع الفنات ولم يهمل أي نوع من أنواع الفنات.

- إن التضمن علاقة جوهرية بالنسبة لمنطق الفنات، وللتضمن نوعين أحدهما ضمن متبادل Proper inclusion والآخر ضمن أصيل Mutual inclusion وإن أرسطو في بناء نسقه المنطقي اعتمد على التضمن الأصيل بين الفنات، ولم يفسح المجال للتضمن المتبادل ليشارك في بناء نسقه المنطقي، ويرجع السبب في ذلك أن النسق المنطقي الأرسطي لا يكون في حاجة إلى التضمن المتبادل وإنما يتطلب فقط التضمن الأصيل، وعلى الرغم من أن مبدأ الهوية يبدو لأول وهلة إنه من إبداع المناطقة المحدثين، إلا أن جذور هذا المبدأ ترجع إلى المنطق الأرسطي، ومع ذلك فإن أرسطو لم يفسح المجال أمام هذا المبدأ ليشارك في بناء نسقه المنطقي.

- على الرغم من أن العمليات القائم عليها حساب الفنات في المنطق الحديث، تبدو لأول وهلة إنها من إبداع المناطقة المحدثين، إلا أنها نجد جذور هذه العمليات ترجع

إلى المنطق الأرسطي، فعملية الضرب المنطقي مأخوذة عن فكرة الفئة المشتركة والتي وضع لها الأساس الأول أرسطو، وأيضاً عملية الجمع المنطقي ما هي إلا عملية فصل بين الفئات وأول من قال بالفصل هو أرسطو والذي عبر عنه بكلمة "أو" بالإضافة إلى أن للفصل نوعين فصل قوي Strong Disjunction والذي يفترض أنه لا توجد أعضاء مشتركة بين الفئات التي نجري عليها عملية الجمع المنطقي، وفصل ضعيف Weak Disjunction والذي يفترض بوجود عضو على الأقل مشترك بين الفئات التي نجري عليها عملية الجمع المنطقي.

٩ - إن منطق الفئات ينطوي على مغالطات، وأن أرسطو نبه إلى هذه المغالطات حتى تتجنب الوقوع فيها، إلا أنه لم يتبناها إلى أغاليط النمط Type Fallacies والسبب في ذلك أن أغاليط النمط تنشأ في حالة الخلط بين التضمن والانتفاء، وكون أرسطو لم يفرق بينهما وأول من فرق بينهما بيانيو، لذا لم يتبناه أرسطو إلى هذه المغالطة لتتجنب الوقوع فيها، كما ارتبط منطق الفئات بالمفارقات وأهم هذه المفارقات مفارقة كانترور وأن أرسطو تجنب الوقوع في هذه المفارقة لأن الفئات عند أرسطو تتدرج بصورة هرمية ويكون جنس الأجناس هو رأس الهرم، وأيضاً مفارقة رسول ونجد أرسطو تجنب الوقوع فيها لأن أرسطو تعامل مع الجنس والذي يمثل الفئة الشاملة في المنطق الحديث بالمعنى الموجب، لذا فالفئة الشاملة عند أرسطو ليست عضواً في ذاتها، وكذلك مفارقة الفئة الفارغة وهي تنشأ عندما نحاول البرهنة بأن لفظاً ما يكون فئة وليس فئة في نفس الوقت، أي اللا شيء يكون شيئاً ما، في حين أن اللا شيء يكون لا شيء، وأرسطو تجنب الوقوع في هذه المفارقة لأنه لا يؤمن إلا بالفئات الوجودية، وإن رسول نفسه قد ثبت من خلال نظرية الأنماط التي تعد بمثابة حل لهذه المفارقات لا يوجد ما يسمى بالفئة الفارغة وهذا ما يؤكد ما قرره أرسطو.

وأخيراً، إننا نؤيد القول بأننا يجب أن نستخدم حساب الفئات كأساس لحساب القضايا، فإن العمليات ومعظم المبادئ القائم عليها حساب الفئات في المنطق الحديث تجد ما يماثلها في حساب القضايا، فإن عملية الفصل بين القضايا ما هي إلا عملية الجمع بين الفئات وعملية العطف بين القضايا ما هي إلا عملية الضرب بين الفئات، كما نجد الأساس الذي قام عليه تصور القضية الصادقة بأنها قول يحمل معنى صادق هو نفس الأساس الذي قام عليه تصور الفئة الشاملة بأنها تصور ذو معنى وأن الأساس الذي

قامت عليه القضية الكاذبة بأنها قول لا يحمل معنى صادق هو نفس الأساس الذي قامـت
عليه الفنة الفارغة في إنـها تصور ليس له معنى.

وإذا كان النوع في المنطق الأرسطي يمثل الفنة الفرعية في المنطق الحديث
فمفهوم الفنة الفرعية في المنطق الحديث اختلف عن مفهومها في المنطق الأرسطي،
حيث نجد في المنطق الحديث أن الفنة الفرعية تحتوي على الأقل عضواً واحداً وتسـمى
فـنة فـرعـية ذات عـضـو واحد Unit subclass ولكنـنا في المنـطـق الأـرـسـطـي لا نـجـدـ نوعـ
يـحـتـويـ عـضـوـ وـاحـدـ بلـ لـابـدـ أـنـ يـحـتـويـ عـلـىـ الأـقـلـ عـضـوـيـنـ لـأـنـ التـوـعـ يـمـثـلـ حـدـاـ كـلـيـاـ
ولـيـسـ حـدـاـ جـزـئـياـ.

وعلى الرغم من تحديد معنى الفنة عن طريق دالة القضية يبدو لأول وهلة أنه
من إبداع المناطقة المحدثين، إلا إنـنا نـجـدـ مـفـهـومـ دـالـةـ القـضـيـةـ مـتـواـجـداـ فـيـ المـنـطـقـ
الأـرـسـطـيـ، وإنـ أـرـسـطـوـ لمـ يـعـتـمـدـ عـلـىـ دـالـةـ القـضـيـةـ فـيـ تـحـدـيدـ مـعـنـىـ الفـنـةـ وـاـكـتـفـىـ فـقـطـ
بـتـحـدـيدـ مـعـنـىـ الفـنـةـ عـنـ طـرـيـقـ الـمـفـهـومـ وـالـمـاـصـدـقـ، وـبـرـجـعـ السـبـبـ فـيـ ذـلـكـ عـلـىـ حدـ قـوـلـ
رسـلـ، إـنـ الـهـدـفـ مـنـ تـحـدـيدـ مـعـنـىـ الفـنـةـ عـنـ طـرـيـقـ دـالـةـ القـضـيـةـ هـوـ الـكـشـفـ عـنـ مـفـهـومـ
الفـنـةـ الفـارـغـةـ، وـنـظـرـاـ لـآنـ أـرـسـطـوـ لـأـنـ بـالـفـنـاتـ الفـارـغـةـ، لـذـاـ فـإـنـ بـنـاءـ النـسـقـ
الـمـنـطـقـيـ الأـرـسـطـيـ لـيـسـ فـيـ حـاجـةـ إـلـىـ تـحـدـيدـ مـعـنـىـ الفـنـةـ عـنـ طـرـيـقـ دـالـةـ القـضـيـةـ.

قائمة المصادر والمراجع

- أولاً: المصادر و المراجع العربية والمتدرجة إلى العربية

١. أرسطو: ضمن كتاب منطق أرسطو، الترجمة العربية القديمة ، الجزء الأول، تحقيق د/عبد الرحمن بدوي، دار القلم الكويتي، وكالة المطبوعات، لبنان، ١٩٨٠.
٢. أرسطو: ضمن كتاب منطق أرسطو، الترجمة العربية القديمة ، ، الجزء الثالث، تحقيق د/عبد الرحمن بدوي، دار القلم الكويتي، لبنان، ١٩٨٠.
٣. أرسطو: ضمن كتاب منطق أرسطو، الترجمة العربية القديمة ، الجزء الثاني، تحقيق د/عبد الرحمن بدوي، مطبعة دار الكتب المصرية، القاهرة، ١٩٤٩.
٤. د/إسماعيل عبد العزيز: الأغالطي المنطقية، رسالة ماجستير، كلية الآداب، جامعة القاهرة، غير منشورة، ١٩٨٥.
٥. د/إسماعيل عبد العزيز: المفارقات المنطقية، دار الثقافة للتوزيع والنشر، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٩٣.
٦. أفلاطون: السفسطائي، ترجمة الأب فؤاد جرجس بربارة، منشورات وزارة الثقافة، دمشق، ١٩٦٩.
٧. د/إمام عبد الفتاح إمام: محاضرات في المنطق، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، ١٩٨٥.
٨. ابن سينا: الإشارات والتنبيهات، تحقيق سليمان دنيا، القسم الأول، الطبعة الثالثة، دار المعارف، القاهرة، بدون تاريخ نشر.
٩. ابن سينا: الشفاء (جزء المنطق)، تحقيق سعيد زايد، المؤسسة المصرية للتأليف والترجمة الطباعة والنشر، القاهرة، ١٩٩٤.
١٠. الساوي (ابن سهلان): البصائر النصيرية، تحقيق الشيخ محمد عبده، المطبعة الأميرية ببورلاع، القاهرة، ١٨٩٨.
١١. الغزالى: معيار العلم، تحقيق سليمان دنيا، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦١.

١٢. الفارابي: كتاب في المنطق "الخطابة"، تحقيق محمد سليم سالم، دار الكتب، القاهرة، ١٩٧٦ م.
١٣. الفارابي: كتاب في المنطق "العبارة"، تحقيق محمد سليم سالم، القاهرة، مطبعة دار الكتب، ١٩٧٦ م.
١٤. الفريد تارسكي: مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، ترجمة عزمي إسلام، الهيئة العامة للتأليف والنشر، القاهرة، ١٩٧٠ م.
١٥. برتراند رسل: أصول الرياضيات، الجزء الأول، ترجمة محمد مرسي أحمد، أحمد فؤاد الأهوازي، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٠ م.
١٦. برتراند رسل: فلسفتي كيف تطورت، ترجمة عبد الرشيد الصادق، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٦٠ م.
١٧. برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة محمد مرسي أحمد، أحمد فؤاد الأهوازي، مؤسسة سجل العرب، القاهرة، ١٩٦٢ م.
١٨. بلاشي: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، ترجمة خليل احمد خليل، ديوان المطبوعات للدراسات والنشر والتوزيع، الطبعة الأولى، لبنان، ١٩٨٠ م.
١٩. بول موي: المنطق وفلسفة العلوم، ترجمة فؤاد زكريا، مكتبة نهضة مصر، القاهرة، ١٩٦٢ م.
٢٠. جميل صليبيا: المعجم الفلسفي، الجزء الثاني، دار الكتاب اللبناني، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٧٣ م.
٢١. جون ديوي: المنطق نظرية البحث، ترجمة دكتور ذكي نجيب محمود، دار المعارف، القاهرة، ١٩٦٠ م.
٢٢. جيفونز: أصول المنطق، ترجمة يوسف إسكندر جرجس، جريدة الفجر، القاهرة، ١٩٢٦ م.
٢٣. د/حسن عبد الحميد: مقدمة في المنطق الصوري، الجزء الأول، مكتبة سعيد رأفت، القاهرة، ١٩٨٠ م.

٢٤. د/ذكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، الجزء الأول، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٦١ م.
٢٥. د/زكريا إبراهيم: دراسات في الفلسفة المعاصرة، الجزء الأول، مكتبة مصر، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٦٨ م.
٢٦. د/صلاح إسماعيل: فلسفة اللغة والمنطق دراسة في فلسفة كوين، دار المعارف، القاهرة، بدون تاريخ نشر.
٢٧. د/عبد الرحمن بدوي: المنطق الصوري والرياضي، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، ١٩٦٢ م.
٢٨. د/عبد الرحمن بدوي: موسوعة الفلسفة، الجزء الثاني، المؤسسة العربية للدراسات والنشر، بيروت، ١٩٨٤ م.
٢٩. د/عثمان أمين: الفلسفة الرواقية، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٧١ م.
٣٠. د/عزمي إسلام: أساس المنطق الرمزي، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، ١٩٧٠ م.
٣١. د/عزمي إسلام: الاستدلال الصوري، الجزء الأول، مكتبة سعيد رافت، القاهرة، ١٩٧٢ م.
٣٢. د/عزمي إسلام: مقدمة لفلسفة العلوم الفيزيائية والرياضية، مكتبة سعيد رافت، القاهرة، ١٩٧٧.
٣٣. د/عزمي إسلام: الاستدلال الصوري، الجزء الثاني، مكتبة سعيد رافت، الطبعة الثانية القاهرة، ١٩٨١ م.
٣٤. د/عزمي إسلام: دراسات في المنطق مع نصوص مختار، مطبعة الجامعة، الكويت، ١٩٨٥ م.
٣٥. د/علي سامي النشار: المنطق الصوري منذ أرسطو حتى عصورنا الحاضرة، المكتبة التجارية الكبرى، الطبعة الأولى، الإسكندرية، ١٩٥٥ م.
٣٦. د/علي عبد المعطي، د/ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، الجزء الأول، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨١ م.

٣٧. د/ماهر عبد القادر: **المنطق الرياضي**, دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨٤.
٣٨. د/محمد السرياقوسي: **التعریف بالمنطق الرياضي**, دار الثقافة للطباعة والنشر، الإسكندرية، ١٩٧٨ م.
٣٩. د/محمد السرياقوسي: **التعریف بالمنطق الصوري**, دار الثقافة للطباعة والنشر، الإسكندرية، ١٩٨٠ م.
٤٠. د/محمد ثابت الفندي: **أصول المنطق الرياضي**, دار النهضة العربية، الطبعة الأولى، الأولى، بيروت، ١٩٧٢ م.
٤١. د/محمد ثابت الفندي: **فلسفة الرياضة**, دار النهضة العربية، الطبعة الأولى، بيروت، ١٩٦٩ م.
٤٢. د/محمد عابد الجابري: **تطور الفكر الرياضي والعقلانية المعاصرة**, الجزء الأول، دار الطبيعة، الطبعة الثانية، بيروت، بدون تاريخ نشر.
٤٣. د/محمد علي أبو ريان، د/علي عبد المعطي: **المنطق الصوري**, دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، بدون تاريخ نشر.
٤٤. د/محمد محمد قاسم: **المنطق الرمزي "بحث في الحساب التحليلي والمصطلح"**, دار المعرفة الجامعية، القاهرة، ١٩٩١ م.
٤٥. د/محمد مهران: **فلسفة برتراند رسل**, دار المعارف، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٨٦ م.
٤٦. د/محمد مهران: **مبادئ التفكير المنطقي**, دار المعارف، القاهرة، ١٩٩٤ م.
٤٧. د/محمد مهران: **مدخل إلى المنطق الصوري**, دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، ١٩٨٩ م.
٤٨. د/محمد مهران: **مقدمة في المنطق الرمزي**, دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، ١٩٧٨ م.
٤٩. د/ محمود فهمي زيدان: **المنطق الرمزي نشأته وتطوره**, دار النهضة العربية، بيروت، ١٩٧٣ م.

٥٠. د/ محمود قاسم: المنطق الحديث ومناهج البحث، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الثالثة، ١٩٥٣ م.
٥١. د/ مراد وهبة: المعجم الفلسفى، دار الثقافة الجديدة، الطبعة الثالثة، القاهرة، ١٩٩٧ م.
٥٢. يان لوكاشيفتش: نظرية القياس الأرسطية، ترجمة د/ عبد الحميد صبره، دار المعارف، الإسكندرية، ١٩٦٨ م.
٥٣. د/ يحيى هويدى: علم المنطق دراسة نقدية للفلسفة الوضعية المنطقية، مكتبة النهضة المصرية، الطبعة الأولى، القاهرة، ١٩٦٦ م.
٥٤. د/ يحيى هويدى: مقدمة في الفلسفة العامة، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، بدون تاريخ نشر.
٥٥. د/ يحيى هويدى: منطق البرهان، مكتبة القاهرة الحديثة، القاهرة، ١٩٦٨ م.

- ثانياً: المصادر والمراجع باللغة الأجنبية

1. Adamson, R.: "A short History of logic", William black wood and sons, London, 1911.
2. Aikins, H.A.: "Principles of logic", Henry Holt and company, New York, 1902.
3. Alexander, P.: "An introduction to logic", George Allen and Unwin, LTD, London, n.d..
4. Ambrose, A., and Lazerowitz, M.: "Fundamentals of symbolic logic", Holt, Rinchard and Winston, Inc, New York, 1944.
5. Basson, H.A., and O'connor, D.J.: "Introduction to symbolic logic", the free press of Ghencoe, Illinois-London, 1960.
6. Berkeley, E.C.: "Symbolic logic and intelligent Machines", Reinhold publishing corporation, New York, 1959.
7. Black, M.: "Critical thinking", prentice Hall, New York, 1950.
8. Blackburn, Simon: "The oxford dictionary of philosophy", oxford University press, 1994.
9. Bochenski, J.M.: "A history of formal logic", chelsea publishing company, New York, 1970.
10. Bochenski, J.M.: "A precis of mathematical logic", Reidel publishing company, Holland, 1959.
11. Boole, G.: "Studies in logic and probability", the open court publishing company, 1952.
12. Cargile, J.: "Paradoxes", A study inform and predication, Cambridge, University press, London, 1979.

13. Carmichael, P.A.: "Reasoning A textbook of Elementary logic", philosophical library, New York, n.d.
14. Carnap, R.: "Introduction to symbolic logic and its application", Dover publications, Inc, New York, 1958.
15. Carney, J.D., and Scheer, R.K.: "Fundamentals of logic", Macmillan publishing co., Inc., New York, 1980.
16. Carroll, I.: "Symbolic logic and the came of logic", Dover publications, Inc., New York, n.d.
17. Cohen, M.R., and Nagel, E.: "An introduction to logic and scientific method", by Harcourt, Brace and company, New York, 1964.
18. Copi, I.M.: "Introduction to logic", Macmillan publishing co., Inc, New York, 1972.
19. Copi, I.M.: "Symbolic logic", The macmillan company, New York, 1967.
20. De Morgan, A.: "Formal logic", The open court company, London, 1926.
21. Dumitriu, A.: "History of logic", Vol. 1, Abacus press, Tumbrldge wells, Kent, 1977.
22. Dumitriu, A.: "History of logic", Vol. 4, Abacus press, Tumbrldge wells, Kent, 1977.
23. Eaton, R.M.: "General logic", An introductory survey charles scribner's sons, London, 1931.
24. Feys, R., and fitch, F.: "Dictionary of symbols of mathematical logic", North Holland. Publishing company. Amsterdam, 1969.
25. Fisk, M.: "A modern formal logic", prentice Hall, Engle wood cliffs, New Jersey, n.d.
26. Fogelin, R.J.: "An introduction to informal logic", Harcourt Brace

Jovanovich, publishers, New York, n.d.

27. Grumberg, T.: "Symbolic logic", Vol. 11, sayin, publication No 16, 1970.
28. Halberstadt, W.H.: "An introduction to modern logic", Harper and Brothers, publishers, New York, 1960.
29. Harrison, F.R.: "Logic and Rational thought", west publishing, company, New York, n.d.
30. Joseph, H.W.B.: "An introduction to logic", oxford University press, London, 1924.
31. Keynes, J.N.: "Studies and exercises in formal logic", Macmillan and Co., London, 1906.
32. Kneale, W., and Kneale, M.: "Development of logic", clarendon press, oxford, 1960.
33. Koning, J., and Russell, B.: "On the foundations of set theory and the continuum problem", heijenoort, Harvard University press, Cambridge, 1984.
34. Lacey, A.R.: "A dictionary of philosophy", routledge and Kegan paul, London, 1986.
35. Langer, S.: "An introduction to symbolic logic", Dover publications, Inc, New York, 1967.
36. Leblang, H.: "An introduction to deductive logic", John Wiley and sons, Inc., New York, n.d.
37. Lee, H.W.: "Symbolic logic", Rout ledge and Keg ampoule, London, 1961.
38. Lewis, C.I., and Langford, C.H.: "Symbolic logic", The century co.,

- press, New York and London, 1964.
39. Malitz, J.: "Introduction to mathematical logic", "Set theory", springier-verlag. New York, n.d.
40. Morse, A.P.: "A theory of sets", Academic press, New York and London, 1965.
41. Pitt, J.: "Logic for argument", Huntington press, California, 1966.
42. Prior, A.N.: "Model logic", Vol. 5, Macmillan publishing co. New York, 1967.
43. Quine, W.V.O.: "Mathematical logic", Harvard University press, London, 1961.
44. Quine, W.V.O.: "Method of logic", Holt, Rinehart and Winston, New York, 1959.
45. Quine, W.V.O.: "Set theory and its logic", Harvard University press, London, 1980.
46. Reichenbach, H.: "Elements of symbolic logic", The free press, New York, 1966.
47. Richard, J.: "The principle of mathematics and the problem of sets", By Heijenooit Harvard University press, Cambridge, 1987.
48. Rosser, J.B.: "Logic for mathematicians", McGraw-hill, Book company, Inc, London, 1953.
49. Runes, D.: "Dictionary of philosophy", New Jersey, Allan held, 1984.
50. Russell, B.: "Logic and knowledge", George Allen and Unwin, LTD, London, 1967.
51. Schipper, E.W., and ScHuH, E.: "A first course in modern logic", Routledge a keg an Paul, London, n.d.

52. Sinclair, W.A.: "The traditional formal logic", Methuen & Coltd, London, n.d.
53. Slupecki, J., and Borkowski, L.: "Elements of Mathematical logic and set theory", Pwn-polish Scientific publishers, Pergaman press, London, 1967.
54. Stebbing, S.: "A modern introduction to logic", Methuen and co., ITD, London, 1950.
55. Stebbing, S.: "Logic in practice", Methuen and co., ITD, London, 1965.
56. Suppes, P.: Introduction to Igoic", sets, Van Nostrand company, Inc, Princeton, New Jersey, London, 1959.
57. Tarski, A.: "Logic, semiotics", metamathematics, the Clarendon press, oxford, 1956.
58. Thomason, R.H.: "Symbolic logic", the Macmillan company, collier-Macmillan limited, London, 1970.
59. Welton, J.: "A manual of logic", vol. 1, University tutorial press, London, 1912.
60. Whitehead, A.N., and Russell, B.: "Principia Mathematica", Vol. 1, Cambridge, the University press, 1950.

الأخضراء

رقم الصفحة	الموضوع
٦١	المقدمة.....
(٥٨-٧)	الفصل الأول
١٤-٧	تحديد معنى الفنّة وأنواع الفنّات أولاً: تحديد معنى الفنّة (عن طريق المفهوم والمادّة)
٢٤-١٤	- علاقـة الفنـة بـدالـة القـضـيـة
٣٠-٢٤	ثانياً: أنواع الفنّات: ١ - الفنّة الشاملة
٣٦-٣٠	٢ - الفنّة الفارغة
٤٥-٣٦	٣ - الفنّة ذات العـضـو الـواـحـد
٥١-٤٥	٤ - الفنّة المتمـمـة
٥٦-٥١	٥ - الفنّة المشـتـرـكـة
٥٨-٥٦	٦ - الفنّة الـوـجـوـدـيـة
(٨٩-٥٩)	الفصل الثاني أرسـطـو وـمـنـطـقـ الفـنـات
٦٥-٦٠	أولاً: الحـدـود: أ. الحـدـودـ الـكـلـيـةـ وـالـحـدـودـ الـجـزـئـيـةـ
٧٠-٦٥	ب. الحـدـودـ الـمـوـجـبـةـ وـالـحـدـودـ السـالـبـةـ
٧٤-٧٠	ج. الجنس والنوع
٧٦-٧٤	ثانياً: التـقـسـيمـ الـمـنـطـقـيـ:
٧٩-٧٧	- التقـسـيمـ الـمـنـطـقـيـ
٨٠-٧٩	- الـقـسـمـةـ الـثـانـيـةـ
٨٥-٨٠	- التـصـنـيـفـ
٨٩-٨٥	ثالثاً: الـقـيـاسـ
(١٢٤-٩٠)	رابعاً: الـمـنـطـقـ الـرـوـاقـيـ
٩٥-٩١	الفصل الثالث التـضـمـنـ وـمـنـطـقـ الفـنـات
٩٦-٩٥	أولاً: معنى التـضـمـنـ وـعـلـاقـتـهـ بـالـفـنـةـ
١٠٢-٩٧	الفـنـةـ الـفـرعـيـةـ ذـاتـ الـعـضـوـ الـواـحـدـ
١٠٨-١٠٢	ثانياً: الـهـوـيـةـ بـيـنـ الـفـنـاتـ
١١٨-١٠٨	ثالثاً: التـضـمـنـ وـالتـضـمـنـ الـأـصـلـيـ
١٢٤-١١٨	رابعاً: التـضـمـنـ وـالـاـنـتـمـاءـ
	خامساً: أهم المـفـاهـيمـ الـقـائـمـةـ عـلـىـ التـضـمـنـ

(١٦٢-١٢٥)	الفصل الرابع
	حساب الفئات في المنطق الحديث
١٣٤-١٢٦	أولاً: عملية الضرب المنطقي
١٣٧-١٣٤	- عملية الضرب المنطقي والفئة ذات العضو الواحد
١٣٩-١٣٧	- أهم النتائج على عملية الضرب المنطقي
١٤٥-١٤٠	ثانياً: عملية الجمع المنطقي
١٤٦-١٤٥	- عملية الجمع المنطقي والفئة ذات العضو الواحد
١٥٠-١٤٦	- الفصل القوي والفصل الضعيف
١٥٤-١٥٠	- أهم النتائج القائمة على عملية الجمع المنطقي
١٦٢-١٥٤	ثالثاً: أهم المبادئ القائم عليها حساب الفئات
(١٨٦-١٦٣)	الفصل الخامس
	المغالطات والمفارقات ومنطق الفئات
١٦٦-١٦٤	- تحديد معنى المغالطة والفرق بينها وبين المفارقة
	أهم المغالطات المنطقية المتعلقة بنظرية الفئات
١٦٩-١٦٦	١ - مغالطة الاشتراك
١٧٢-١٦٩	٢ - أغاليط التركيب والتقسيم
١٧٤-١٧٢	٣ - أغاليط النمط
	المفارقات المنطقية المتعلقة بمنطق الفئات
١٧٧-١٧٥	١ - مفارقة كانتور
١٨٠-١٧٧	٢ - مفارقة رسل
١٨٢-١٨٠	٣ - مفارقة الفئة الفارغة
١٨٦-١٨٢	- نظرية الأنماط
(٢٠٥-١٨٧)	- الخاتمة

أهم الرموز المستخدمة في البحث

فئات	$\{A, B, C, \dots\}$
أعضاء	S, C, U, \dots
دالة القضية S, C, U, \dots	$\emptyset, S, \emptyset, \dots$
الفئة الشاملة	1
الفئة الفارغة	0
الفئة ذات العضو الواحد	$\{S\}$
الفئة المتممة	A^c, B^c, \dots
متممة الفئة ذات العضو الواحد	$\{S^c\}$
متممة الفئة الشاملة	$(1)^c$
متممة الفئة الفارغة	$(0)^c$
الفئة المشتركة	$A \cap B \cap C, \dots$
متممة الفئة المتممة	A^c, B^c, \dots
التضمن	\supset
عدم التضمن	$\not\supset$
الهوية	$=$
عدم الهوية	\neq
الانتفاء	\in
عدم الانتفاء	\notin
اللزوم المنطقي	\subset
التكافؤ المنطقي	\equiv
عدم التكافؤ المنطقي	$\not\equiv$

تضمن متبادل	\equiv
تضمن أصيل	\supset
الضرب المنطقي	\times ب، ب \times ج، ...
متتممة الفئة الناتجة عن عملية الضرب المنطقي	(أ \times ب)، (ب \times ج)، ...
الجمع المنطقي	أ + ب، ب+ ج، ...
متتممة الفئة الناتجة عن عملية الجمع المنطقي	(أ+ب)، (ب+ج)، ...
الفصل المنطقي	أ ب
الفصل القوي	+
الفصل الضعيف	(+)
قضية صادقة	ق، ك، ...
قضية كاذبة	~ ق، ~ ك، ...
خصائص الفئة	ـ أ
الاتحاد بين الفئات	و
التقطاع بين الفئات	و

بسم الله الرحمن الرحيم

إِنَّ اللَّهَ لَا يُضِيغُ أَجْرًا مِنْ أَحْسَنِ عَمَلٍ

(صدق الله العظيم)

