ملخـــص الرســـــالة

الآثار المعدلة ومجموع الدوال الذاتية للمؤثرات التفاضلية من الرتبة الرابعة ذات الشروط الحدية الدورية وغير الدورية

من المعروف أن مجموع عناصر قطر المصفوفة المربعة يساوي مجموع القيم الذاتية للمؤثر الخطي المعرف في الفراغ محدود الأبعاد أو بعبارة أخرى أثر المصفوفة يساوي الأثر الطيفي في الفراغ النوني وهذه النظرية محققة في المؤثرات النووية المعرفة في فراغ هلبرت .

ومن الطبيعي أن ينبثق سؤال حول تحقيق هذه النظرية في حالة المؤثرات غير المحددة وخاصة في حالة المؤثرات التفاضلية يكون أثر المصفوفة ، الأثر الطيفي غير موجودًا ، لهذا السبب عُرف مايسمى بالأثر المعدل .

ومن الجدير بالذكر إن دراسة الأثر المعدل للمؤثرات التفاضلية يلعب دورًا هامًا في مجالات عديدة مثل (التحليل الرياضي ، الفيزياء النظرية ، وميكانيكا الكم) كمايمكن إستخدام الأثر المعدل في المسائل العكسية في التحليل الدالي .

لقد قام عدد كبير من الباحثين بإيجاد الصيغ المختلفة للأثر المعدل للمؤثرات التفاضلية أمثال أ . م . جلفاند ، ب . م . ليفتيان [1] ، م . أ . نايمارك [2] ، جـ . أ . شارلز ، جـ . ر . هالبرج ، ف . أ . كرامر [3] ، ف . ي . ليدسكي ، ف . أ صدوفنتشي [4] ، [5] ، ف . أ صدوفنتشي ، ف . أ . ليوبشكين [6] ، ي . بلعباسي [7] ، ص . أ . صالح [8] ، أ . أ . درويش [9] ، أ . أ . درويش ، ص . أ . صالح [10] ، ص . أ . صالح ، ح . أ . زيدان [11] ، ص . أ . صالح ، م . أ . قاسم [12] ، أ . أ . درويش ، أ . أ . عبدالعال [13] ، ص . أ . صالح ، ر . م . علام [14] ، أ . س . بشنتسوف [15] ، د . ميلينكوفيك [16] ، ف . أ . ليوبشكين [17] ، ف . أ . صدوفنتشي ، ف . ف . دوبروفسكي [19] ، ص . أ . صالح [28] وآخرين .

إن الهدف الرئيسي لهذه الرسالة هو حساب الأثر المعدل ، مجموع الدوال الذاتية للمؤثرات التفاضلية من الرتبة الرابعة تحت الشروط الحدية الدورية وغير الدورية .

تنقسم الرسالة الى مقدمة وثلاث أبواب :

الباب الأول : يقدم بعض التعريفات والنظريات الأساسية التي تعتبر أساسًا رياضيًا للبابين الثاني والثالث وطبقاً لذلك قمنا بكتابة ملخص للآتي :

١ - الدوال التحليلية ، النقاط الشاذة ، البواقي ، نظرية كوشي ، نظرية روشَ .

٢ - الشروط الحدية ، بناء دالة جرين للمؤثرات التفاضلية من الرتبة النونية ثم إيجاد دالة جرين للمؤثر $L-\lambda\ I$

٣ - الخواص الأساسية لدوال زيتا - ريمان $\zeta(s),\zeta(s,a)$

الباب الثاني : يختص بالخواص الأساسية للحلول والقيم الذاتية والدوال الذاتية للمسألة الأولى عندما تكون الشروط الحدية غير دورية ولذلك قمنا بالآتي :

١ - تقسيم المستوى الى قطاعات ، وتعريف القطاعين S, T

٢ - إيجاد الصيغ التقاربية للحلول الاساسية ومشتقاتها لمعادلة تفاضلية من الرتبة الرابعة .

٣ - إيجاد الصيغ التقاربية للقيم الذاتية ، لمعادلة تفاضلية من الرتبة الرابعة تحت شروط حدية غير دورية .

٤ - الحصول على الأثر المعدل لمؤثر تفاضلي من الرتبة الرابعة عندما تكون الشروط الحدية غير دورية .

٥ - إيجاد مجموع الدوال الذاتية لمؤثر تفاضلي من الرتبة الرابعة عندما تكون الشروط الحدية غير دورية .

الباب الثالث : قمنا بدراسة تفصيلية لمؤثر تفاضلي من الرتبة الرابعة تحت شروط حدية دورية وقد حصلنا على النتائج الآتية :

١ - الصيغ التقاربية للقيم الذاتية .

٢ - الأثر المعدل للقيم الذاتية (بطريقتين)

٣ - مجموع الدوال الذاتية .

نأمل أن تكون هذه الرسالة مرجعاً للمهتمين بدراسة الأثر المعدل ومجموع الدوال الذاتية لمؤثرات تفاضلية من الرتبة الرابعة تحت شروط دورية وغير دورية ونحاول في الدراسات القادمة أن نعالج دراسة الأثر المعدل ومجموع القيم الذاتية لمؤثرات تفاضلية من الرتبة الرابعة تحت شروط عامة وكذلك دراسة الأثر المعدل ومجموع القيم الذاتية لمؤثرات تفاضلية من الرتبة النونية .

SUMMARY

Regularized Traces and Sum of Eigenfunctions of Differential Operators with Fourth Order Under the Periodic and Non-Periodic Conditions

The main role of this thesis is calculating the regularized traces of eigenvalues and sum of eigenfunctions of differential operator of fourth order , when the boundary conditions are periodic and the boundary conditions are non-periodic.

The thesis consists of three chapters :

In chapter I : We introduce some fundamental definitions and theorems which considered the necessary background mater for the other two chapters .

In chapter II : We constructed the domains S and T , the asymptotic formulae for fundamental solutions of the differential equation in the form

$$y^{(4)} + q(x)y = \lambda y, x \in [0, \pi]$$

are obtained.

Also , the asymptotic behavior of the eigenvalues for the given problem are studied , we obtain the regularized traces of the given problem by two methods . At the last of this chapter , we obtained the regularized sum of eigenfunctions of the given problem .

In chapter III : We studied the regularized traces and sum of eigenfunctions for periodic boundary conditions .